

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Andrej Vasilj

Zagreb, 2013.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Ivo Džijan, dipl. ing.

Student:

Andrej Vasilj

Zagreb, 2013.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Andrej Vasilj**

Mat. br.: 0035178550

Naslov rada na
hrvatskom jeziku:

**Određivanje aerodinamičkih sila pri gibanju automobila izloženog
bočnom vjetru**

Naslov rada na
engleskom jeziku:

**Determination of aerodynamic forces acting on a moving car in
presence of crosswind**

Opis zadatka:

Pri gibanju automobila cestom izloženog bočnom vjetru pojavljuju se dodatne aerodinamičke sile koje mogu narušiti stabilno gibanje vozila.

Primjenom metoda računalne dinamike fluida potrebno je odrediti promjenu aerodinamičkih koeficijenata uzgona, otpora i bočne sile pri gibanju automobila zbog prisustva bočnog vjetra.

U završnom radu potrebno je, uz pomoć računalnog paketa FLUENT, provesti računalnu simulaciju opstrujavanja pojednostavljenog modela automobila BMW - verzija E38 izloženog bočnom vjetru pri jednolikom pravocrtном gibanju cestom. U računalnoj simulaciji je potrebno primijeniti model trodimenzijskog turbulentnog strujanja nestlačivog fluida. Na temelju rezultata simulacije potrebno je odrediti promjenu aerodinamičkih sila uzgona, otpora i bočne sile na automobil zbog djelovanja bočnog vjetra.

Rad treba sadržavati:

1. Uvod s opisom modela turbulentnog strujanja nestlačivog fluida.
2. Kratki opis metode konačnih volumena.
3. Opis geometrije automobila i računalne domene.
4. Postavke numeričkog modela gibanja automobila cestom.
5. Rezultate računalne simulacije, te promjenu aerodinamičkih sila uzgona, otpora i bočne sile na automobil zbog djelovanja bočnog vjetra.
6. Diskusiju rezultata, te zaključke.


Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

U radu treba navesti literaturu i eventualno dobivenu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:

16. studenog 2012.

Zadatak zadao:


Prof. dr. sc. Ivo Džijan

Rok predaje rada:

1. rok: 15. veljače 2013.

2. rok: 11. srpnja 2013.

3. rok: 13. rujna 2013.


Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 27., 28. veljače i 1. ožujka 2013.

2. rok: 15., 16. i 17. srpnja 2013.

3. rok: 18., 19., i 20. rujna 2013.

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Igor Balen

Sadržaj

Popis slika	V
Popis tablica	VI
Popis oznaka	VII
Izjava	IX
1. Uvod	1
1.1. pristupi rješavanju inženjerskih problema	1
1.1.1. Eksperimentalna metoda	1
1.1.2. Analitička metoda	1
1.1.3. Numerička metoda	1
1.2. Koraci numeričkog rješavača	2
1.2.1. Idealizacija	2
1.2.2. Diskretizacija	2
1.3. Numeričke metode	3
1.3.1. Metoda konačnih razlika	3
1.3.2. Metoda konačnih volumena	3
1.3.3. Metoda konačnih elemenata	4
1.3.4. Metoda rubnih elemenata	4
1.4. Računalna dinamika fluida	4
2. Osnovne jednadžbe dinamike fluida	5
2.1. Korisne relacije	5
2.2. Zakon očuvanja mase	5
2.3. Zakon očuvanja količine gibanja	6
2.4. Zakon očuvanja momenta količine gibanja	6
2.5. Zakon očuvanja energije	6
2.6. Drugi zakon termodinamike	7
2.7. Konstitutivne – dodatne jednadžbe	7
3. Turbulentno strujanje fluida	9
3.1. Razvoj turbulentnog strujanja pri strujanju fluida uz ravnu ploču	9
3.2. Difuzijski karakter turbulentnog strujanja	10
3.3. Disipacija energije	11
3.4. Statističko opisivanje turbulencije	11
3.5. Modeli turbulencije	13
3.6. k - ε model turbulencije	14

4. Postupak provedbe računalnih simulacija	16
4.1. Modeliranje područja proračuna i prostorna diskretizacija	16
4.2. Postavke numeričke simulacije	20
5. Rezultati	22
6. Zaključak	38

Popis slika

1.1	Pristup rješavanju inženjerskih problema	2
1.2	Numeričke metode u stolarstvu	3
3.1	Granični sloj prilikom strujanja fluida uz ravnu ploču	9
4.1	Automobil BMW, model E38, preuzeto iz [3]	16
4.2	Mreža tunela bez automobila	17
4.3	Mreža tunela sa automobilom	18
4.4	Referentne površine, preuzeto iz [1.]	18
4.5	Mreža automobila i ceste	19
5.1	Promjena koeficijenta otpora	23
5.2	Promjena koeficijenta bočne sile	24
5.3	Promjena koeficijenta uzgona	25
5.4	Vrijednost y^+ po karoseriji automobila, $v_z/v_x = 0,00$	26
5.5	Vrijednost y^+ po podnožju automobila, $v_z/v_x = 0,00$	27
5.6	Strujnice za $v_z/v_x = 0$	27
5.7	Strujnice za $v_z/v_x = 0,25$	28
5.8	Strujnice za $v_z/v_x = 0,5$	28
5.9	Strujnice za $v_z/v_x = 1$	29
5.10	Strujnice za $v_z/v_x = 2$	29
5.11	Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0$	30
5.12	Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0$	30
5.13	Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,25$	31
5.14	Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,25$	31
5.15	Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,5$	32
5.16	Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,5$	32
5.17	Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 1$	33
5.18	Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 1$	33
5.19	Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 2$	34
5.20	Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 2$	34
5.21	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, privjetrinska strana, $v_z/v_x = 0$	35
5.22	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0$	35
5.23	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0,25$	36
5.24	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0,5$	36
5.25	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 1$	37
5.26	Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 2$	37

Popis tablica

4.1	Fizikalni rubni uvjeti postavljeni u programskom paketu FLUENT, korišteni u svim računalnim simulacijama	20
5.1	Aerodinamičke sile i bezdimenzijski koeficijenti	23

Popis oznaka

φ – fizikalno svojstvo
 ρ – kg/m³ – gustoća tvari
 v_j – m/s – komponente brzine prema nezavisnim prostornim varijablama
 x_j – m – nezavisna prostorna varijabla
 V_M – m³ – materijalni volumen
 S_M – m² – materijalna površina
 V – m³ – volumen
 σ_i – N/m² – vektor naprezanja
 σ_{ij} – N/m² – tenzor naprezanja
 f_i – m/s² – komponente vektora masenih sila
 Γ – koeficijent molekularne difuzije
 Γ_t – koeficijent turbulentne difuzije
 q_i – W/m² – vektor površinske gustoće toplinskog toka
 u – J/kg – specifična unutarnja energija
 p – Pa – tlak
 T – K – temperatura
 c_v – J/kgK – specifični toplinski kapacitet pri konstantnom volumenu
 R – J/kgK – plinska konstanta
 λ – W/m²K – koeficijent toplinske vodljivosti
 δ_{ij} – jedinični tenzor
 Σ_{ij} – N/m² – simetrični tenzor viskoznih naprezanja
 μ – Pas – koeficijent dinamičke viskoznosti
 μ_v – Pas – koeficijent volumenske viskoznosti
 μ_t – Pas – koeficijent turbulentne viskoznosti
 D_{ij} – 1/s – tenzor brzine deformacije
 Re – Reynoldsov broj
 Re_{krit} – kritični Reynoldsov broj
 x_{krit} – m – koordinata kritičnog presjeka
 f – Hz – frekvencija
 \bar{k} – m²/s² – kinetička energija turbulencije
 $\bar{\varepsilon}$ – m²/s³ – brzina disipacije kinetičke energije turbulencije
 l_t – m – turbulentna duljina puta miješanja
 C_μ – konstanta razmjernosti (0,09)
 C_l – konstanta k - ε modela (1,44)
 C_2 – konstanta k - ε modela (1,92)
 σ^k – Schmitov broj za \bar{k} (1)
 σ^ε – Schmitov broj za $\bar{\varepsilon}$ (1,3)
 τ_w – N/m² – smično naprezanje
 κ – Karmanova konstanta
 u^+ – bezdimenzijska brzina
 y^+ – bezdimenzijska udaljenost od stjenke.
 \bar{u} – m/s – komponenta brzine paralelno uz stjenku
 u – m/s – x komponenta brzine
 v – m/s – y komponenta brzine
 ν – m²/s – kinematička viskoznost
 D – kg/s – difuzijska vodljivost
 A_{ref} – m² – referentna površina automobila

A_{tunnel} – m² – referentna površina tunela

v_{∞} – m/s – brzina neporemećene struje

F_D – N – sila otpora

F_L – N – sila uzgona

F_B – N – bočna sila

C_D – koeficijent otpora

C_L – koeficijent uzgona

C_B – koeficijent bočne sile

C_p – koeficijent tlaka

IZJAVA

Izjavljujem da sam završni rad izradio samostalno uz pomoć znanja stečenih na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Isto tako koristim priliku zahvaliti se voditelju rada prof. dr. sc. Ivi Džijanu, prof. dr. sc. Sanji Singer, asistentu dr. sc. Severinu Krizmaniću te asistentu Vedranu Novakoviću koji su svojim znanjem, iskustvom, sugestijama i dobrom voljom uvelike pridonijeli u izradi ovog rada.

U Zagrebu, veljača 2013.

1. Uvod

Pojava vjetra u svijetu koji nas okružuje je potpuno normalna stvar. Promjenjivog smijera i intenziteta, konstantno mijenja uvjete vožnje prijevoznim sredstvima. Na neki mjestima doseže iznos od čak 180 km/h čime pokazuje da nije zanemariva pojava u odnosu na prosječne brzine gibanja automobila. Unatoč tome, rijetko kad se vrše ispitivanja utjecaja bočnog vjetra na automobile. Stoga je u ovom radu proučen utjecaj bočnog vjetra različitih intenziteta u odnosu na prosječnu brzinu gibanja automobila od 20 m/s.

1.1. pristupi rješavanju inženjerskih problema

U rješavanju inženjerskih problema koriste se tri osnovne metode a to su eksperimentalna, analitička i numerička.

1.1.1. Eksperimentalna metoda

Eksperimentalna metoda temelji se na mjerenju veličina na realnom modelu pomoću različitih mjernih uređaja. Sami eksperimenti su redovito skupi, zahtijevaju podosta vremena te se znaju javljati različite poteškoće prilikom izvođenja. Mjerenja na realnom objektu je često nemoguće izvesti zbog ekstremnih dimenzija. Previsoki ili preniski iznosi brzina procesa također predstavljaju prepreku točnom izvođenju eksperimenta. Na kraju, točnost rezultata uvelike ovisi i o preciznosti mjernih uređaja korištenih u analizi modela. Unatoč svemu, eksperimentalno dobiveni rezultati su najpouzdaniji zbog mjerenjana stvarnom objektu ili njegovom modelu.

1.1.2. Analitička metoda

Analitički pristup se uglavnom temelji na direktnom rješavanju diferencijalnih jednadžbi koje opisuju promatrani sustav te se njime dobivaju egzaktna rješenja. Na žalost, analitičkim putem se mogu riješiti samo najjednostavniji modeli dok su problemi s kojima se najčešće susrećemo previše složeni da bi se mogli jednostavno ili uopće analitički riješiti.

1.1.3. Numerička metoda

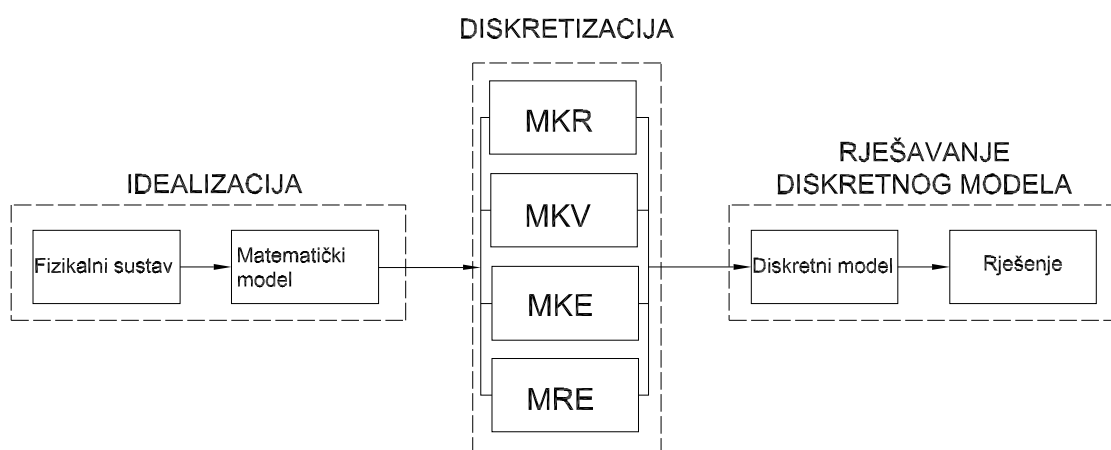
Numeričkim pristupom se može uvelike zamijeniti potreba za eksperimentalnim ispitivanjima. Ovim putem se mogu dobiti približna rješenja diferencijalnih jednadžbi koje opisuju zadani model. Sama odstupanja numeričkog rješenja od egzaktnog su dovoljno mala za upotrebu u inženjerskoj praksi. Preduvjet za postizanje pouzdanog numeričkog rješenja jest točna formulacija numeričkih metoda. Prednost

ovog načina rješavanja problema je lakše i brže postizanje kvalitetnog rješenja pomoću jednostavne promjene parametara sustava te dobivanje kompletne informacije o polju promatrane fizikalne veličine.

Odabir metode za analizu ovisi isključivo o problemu kojim se bavimo. Ako je u pitanju problem za kojeg još ne postoji matematička formulacija, koristi se eksperimentalni pristup. U ostalim slučajevima odabiremo metodu ovisno o njenim prednostima i manama u odnosu na naš model.

1.2. Koraci numeričkog rješavača

Izrada rješenja upotrebom numeričkih metoda sastoji se od tri temeljne faze: idealizacije, diskretizacije te rješavanja diskretiziranog modela.



Slika 1.1: Pristup rješavanju inženjerskih problema

1.2.1. Idealizacija

Idealizacija predstavlja opisivanje prirode pomoću određenog matematičkog modela. Matematički model je opisan ili varijacijskom formulacijom ili diferencijalnim jednadžbama. Varijacijska formulacija temelji se na uvjetu stacionarnosti funkcionala gdje su sadržane diferencijalne jednadžbe zajedno s rubnim uvjetima. Općenitija od varijacijske je diferencijalna formulacija koja se sastoji od skupa diferencijalnih jednadžbi ovisnih o prostoru i/ili vremenu sa odgovarajućim početnim i rubnim uvjetima.

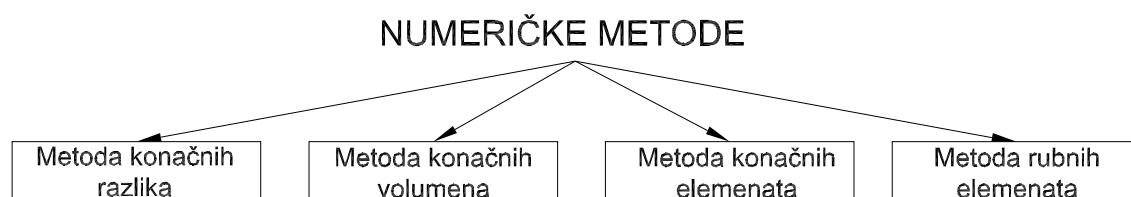
1.2.2. Diskretizacija

Diskretizacija predstavlja temeljni princip svakog numeričkog postupka te se dijeli na diskretizaciju područja, diskretizaciju vremena i diskretizaciju jednadžbi. Diskretizacija područja predstavlja podjelu područja na konačni broj segmenata,

diskretizacija vremena je podjela vremenskog kontinuuma na određeni broj vremenskih koraka dok diskretizaciju jednadžbi čini aproksimacija diferencijalnih jednadžbi sustavom algebarskih jednadžbi.

Rješavanje diskretiziranog modela se u današnje vrijeme odvija uporabom specijaliziranih programskih paketa.

1.3. Numeričke metode



Slika 1.2: Numeričke metode u stojiarstvu

1.3.1. Metoda konačnih razlika

Najstarija diskretizacijska metoda koja se pojavila već u 19. stoljeću ali tek razvojem računala nalazi svoju pravu primjenu je metoda konačnih razlika. Temelj ove metode je diskretizacija područja čvorovima koji čine mrežu konačnih razlika. U čvorovima se postavljaju diferencijalne jednadžbe te se derivacije zamjenjuju konačnim razlikama vrijednosti zavisnih varijabli između susjednih čvorova čime se dobiva set algebarskih jednadžbi. Rješavanjem tih jednadžbi dolazimo do rješenja zavisnih varijabli u čvorovima. Problem je što se kod složenijih problema teško dovoljno točno opisuju rubni uvjeti. Metoda konačnih razlika koristi se u mehanici fluida te za vremensku diskretizaciju pri rješavanju nestacionarnih problema.

1.3.2. Metoda konačnih volumena

Metoda konačnih volumena se javlja 60-ih godina za potrebe računanja kod zadaća povezanih s nuklearnim reaktorima, a počela se primjenjivati 70-ih godina 20. stoljeća za potrebe mehanike fluida. Često se kaže da zauzima mjesto između, jer se ponekad smatra generalizacijom metode konačnih diferencija, a ponekad specijalnim slučajem metode konačnih elemenata. Diskretizacija se vrši podjelom područja na određeni broj konačnih volumena gdje se volumenski integrali pretvaraju u plošne, koji se potom zamjenjuju približnim vrijednostima. U slijedećem koraku se za svaki volumen izvodi sustav diskretiziranih algebarskih jednadžbi gdje se zavisne varijable odnose na središnju točku ili susjedne točke kontrolnog volumena. Prednost je lakša linearizacija sustava (lakša nego kod MKE) te jednostavna diskretizacija rubnih uvjeta. Nedostatak je manje područje primjene nego kod MKE, teža matematička analiza stabilnosti i konvergencije te teškoće kod konstrukcije metode višeg reda.

1.3.3. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata se počela koristiti 60-ih godina 20. stoljeća te ima najširu primjenu. Najčešće se koristi kod problema mehanike čvrstih tijela. Razmatrano područje se dijeli na manje konačne elemente koji čine mrežu. Za svaki konačni element se pretpostavlja rješenje diferencijalne jednačbe u obliku interpolacijskih polinoma, kao npr. Lagrangeovih ili Hermiteovih, te zavisnih varijabli u čvorovima. Čvorovi su raspoređeni po cijelom elementu (Lagrangeovi) ili samo po rubovima elementa (Serendipity). Za svaki konačni element se izvodi diskretizirana jednačba te njihov skup predstavlja skup algebarskih jednačbi sa nepoznicama vrijednosti u čvorovima.

1.3.4. Metoda rubnih elemenata

Metoda rubnih elemenata pojavljuje se 70-tih godina prošlog stoljeća. Temelji se na diskretizaciji rubova a ne cijelog razmatranog područja. Za razliku od metode konačnih elemenata, ne pojavljuje se integriranje po volumenu nego se vrši interpolacija zavisnih varijabli duž rubova. Prednost je što se time broj nepoznatih vrijednosti značajno smanjuje, dok je nedostatak što su matrice nesimetrične i pune. Nakon računanja rubnih vrijednosti slijedi računanje zavisne varijable u proizvoljnoj točki definiranog područja. Formulacija ove metode je mnogo složenija od metode konačnih elemenata. Izvodi se primjenom metode težinskog reziduala gdje je težinska funkcija jednaka osnovnom rješenju. Zbog toga joj je primjena poprilično ograničena. Metoda težinskog reziduala nije pogodna za nelinearne probleme, kao ni za složenije linearne probleme. Primjenu nalazi u mehanici loma, kod rubova složene geometrije i kod razmatranja polubeskonačnih područja.

1.4. Računalna dinamika fluida

Računalna dinamika fluida (eng. Computational fluid dynamics) je grana mehanike fluida koja, korištenjem numeričkih metoda i raznih algoritama, pokušava riješiti i analizirati probleme koji se odnose na gibanja fluida. Najčešće se bazira na rješavanju Navier–Stokes-ovih nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačbi. Računala rješavaju jednačbe koje opisuju odnose među tekućinama, dok su površine određene rubnim uvjetima. Razvojem računala postižu se sve točniji rezultati u sve kraćem vremenu. U kodovima programskih paketa za rješavanje problema računalne dinamike fluida metoda konačnih volumena predstavlja uobičajen pristup jer ima povoljnu upotrebu memorije i brzinu rješavanja, pogotovo kod većih problema, turbulentnih strujanja s visokim Reynoldsovim brojem te pri rješavanju modela izgaranja.

2. Osnovne jednađžbe dinamike fluida

Dinamika fluida temelji se na temeljnim zakonima klasične fizike među kojima su:

1. Zakon očuvanja mase
2. Zakon očuvanja količine gibanja
3. Zakon očuvanja momenta količine gibanja
4. Zakon očuvanja energije
5. Drugi zakon termodinamike

U mehanici fluida su ovi zakoni primijenjeni na materijalni volumen $V_M(t)$ čija se materijalna površina označava s $S_M(t)$, koji u općem slučaju mijenja svoj položaj, oblik i veličinu, ali se uvijek sastoji od istih čestica. Strujanja fluida se mogu u osnovi podijeliti na nestlačiva u kojima je gustoća fluida konstantna i stlačiva u kojima se strujanje odvija pri većim brzinama. Najčešće se stlačivim smatraju strujanja kod kojih je $v \geq 0,3c$, gdje je v brzina strujanja a c brzina zvuka u fluidu.

2.1. Korisne relacije

Gaussov teorem:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dV = \int_{S_M(t)} \varphi n_j dS. \quad (2.1)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV. \quad (2.2)$$

Materijalna derivacija fizikalnog svojstva:

$$\rho \frac{D\varphi}{Dt} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j}. \quad (2.3)$$

ρ – gustoća fluida

φ – masena gustoća fizikalnog svojstva

t – nezavisna vremenska koordinata

x_j – nezavisne prostorne koordinate

2.2. Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase iz kojeg se izvodi jednađžba kontinuiteta govori da je brzina promjene mase unutar materijalnog volumena jednaka nuli. U svom integralnom obliku za materijalni volumen glasi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho dV = 0. \quad (2.4)$$

U slučaju kad bi nam materijalni volumen težio čestici fluida ($V_M \rightarrow dV_M$), jednačba (2.4) prelazi u diferencijalni oblik:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0. \quad (2.5)$$

2.3. Zakon očuvanja količine gibanja

Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen. Navedeni izraz predstavlja riječima iskazani zakon očuvanja količine gibanja za materijalni volumen. U svojoj matematičkoj formulaciji glasi:

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho v_i dV &= \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} \sigma_i dS \\ &= \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} n_j \sigma_{ji} dS. \end{aligned} \quad (2.6)$$

U slučaju kad bi nam materijalni volumen težio čestici fluida ($V_M \rightarrow dV_M$), jednačba (2.6) prelazi u oblik:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.7)$$

2.4. Zakon očuvanja momenta količine gibanja

Riječima izražen zakon o očuvanju momenta količine gibanja glasi: Brzina promjene momenta količine gibanja materijalnog volumena, u odnosu na odabrani pol, jednaka je sumi momenata vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, u odnosu na taj isti odabrani pol. Integralni oblik zakona za materijalni volumen:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \varepsilon_{kji} x_j \rho v_i dV = \int_{V_M} \varepsilon_{kji} x_j \rho f_i dV + \int_{S_M} \varepsilon_{kji} x_j n_j \sigma_{ji} dS. \quad (2.8)$$

Uz pretpostavku da u fluidu ne postoje momenti tj. spregovi sila raspodijeljeni po površini materijalnog volumena ili unutar samog volumena, tada se zakon očuvanja momenta količine gibanja svodi na činjenicu simetričnosti tenzora naprezanja $\sigma_{jk} = \sigma_{kj}$. U slučaju da smo unaprijed pretpostavili simetričnost tenzora naprezanja, jednačba momenta količine gibanja je već zadovoljena tj. može se tvrditi da je već iskorištena pri definiranju tenzora naprezanja pa ju više ne treba uključivati u skup osnovnih jednačbi dinamike fluida.

2.5. Zakon očuvanja energije

Zakon očuvanja energije ili bolje poznat kao prvi glavni stavak termodinamike nam govori kako je energija sustava konzervativno svojstvo koje ne može ni iz čega

nastati ni nestati nego se samo može mijenjati iz jednog oblika u drugi. Drugim riječima, primjenjeno na materijalni volumen, brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena s okolinom. U svom integralnom matematičkom zapisu glasi:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M} \rho e \, dV = \int_{V_M} \rho f_i v_i \, dV + \int_{S_M} n_j \sigma_{ji} v_i \, dS - \int_{S_M} q_j n_j \, dS. \quad (2.9)$$

Negativni predznak toplinskog toka slijedi iz pozitivnog skalarnog produkta $q_j n_j$ koji označava prijelaz topline s materijalnog volumena na okolinu, što znači da se energija materijalnog volumena smanjuje.

2.6. Drugi zakon termodinamike

Drugi glavni stavak termodinamike nam opisuje princip porasta entropije. Princip porasta entropije govori o smjeru odvijanja procesa na način da su stvarni procesi jednosmjerni tj. nepovratni dok su povratni procesi, koji se mogu odvijati u jednom i u drugom smjeru, hipotetski. Entropija kako izoliranog sustava mora rasti ili, u najboljem slučaju, ostati ista.

$$s_2 - s_1 \geq \int_1^2 \frac{dq}{T} \quad \text{ili} \quad S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (2.10)$$

Princip porasta entropije je usko povezan s konceptom nepovratnosti. Ukoliko entropija izoliranog sustava raste, proces je jednosmjernan, a u slučaju da entropija ostaje ista, proces je (hipotetski) povratan. Glavna primjena drugog glavnog stavka u mehanici fluida je ocjena fizikalne valjanosti dobivenih rješenja strujanja fluida. Brzina promjene entropije čestice fluida definirana je Gibbsovom jednačbom:

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \rho T \frac{Ds}{Dt} + p \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}. \quad (2.11)$$

Primijenimo li jednačbzu kontinuiteta na zadnji član s desne strane izraza (2.11), slijedi:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \rho \frac{Du}{Dt} + p \frac{\partial v_j}{\partial x_j}. \quad (2.12)$$

Gornja jednačbza se može smatrati pasivnom i rješavati neovisno od ostalih jer se entropija kao varijabla ne pojavljuje u ostalim osnovnim jednačbama dinamike fluida. Zbog tog razloga drugi zakon termodinamike ćemo primjenjivati ukoliko postoji potreba za ispitivanjem fizikalnosti rješenja.

2.7. Konstitutivne – dodatne jednačbe

Konstitutivne jednačbe uvode se s ciljem ujednačavanja broja jednačbi i broja nepoznatih varijabli.

Konstitutivne jednačbe su:

1. Jednadžba stanja idealnog plina ($pv = RT$)
2. Kalorička jednadžba idealnog plina ($u = c_v T$)
3. Fourierov zakon toplinske vodljivosti ($q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$)
4. Newtonov zakon viskoznosti

Newtonov zakon viskoznosti

Newtonov zakon viskoznosti uspostavlja linearnu vezu između simetričnog tenzora naprezanja i tenzora brzine deformacije. Uz činjenicu da u mirujućem fluidu vlada termodinamički tlak p i da su tangencijalna naprezanja jednaka nuli, tenzor naprezanja se može prikazati na način:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} \quad (2.13)$$

ili pomoću vektora naprezanja

$$\sigma_i = -pn_i + n_j \Sigma_{ji}. \quad (2.14)$$

Tenzor Σ_{ji} , uz pretpostavku izotropnosti fluida, se opisuje izrazom:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ji} &= \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} \\ &= 2\mu D_{ji} + \left(\mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) D_{kk} \delta_{ji}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

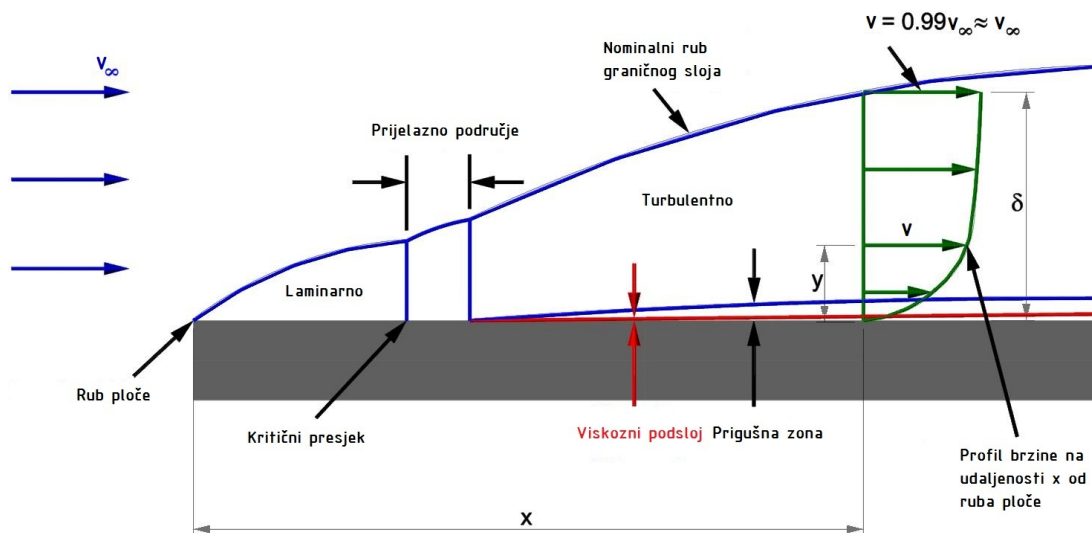
gdje je μ dinamička viskoznost, μ_v volumenska viskoznost, a D_{ji} tenzor brzine deformacije. Volumenska viskoznost ima veliki utjecaj u strujanjima s velikim gradijentima gustoće fluida kao što su udarni valovi i eksplozije, dok joj je vrijednost kod jednoatomnih plinova jednaka nuli. U strujanjima kod kojih je brzina promjene gustoće fluida malena, koeficijent volumenske viskoznosti se zanemaruje. Divergencija polja brzine u nestlačivom strujanju jednaka je nuli.

Uvođenjem konstitutivnih jednadžbi izjednačen je broj jednadžbi sa brojem nepoznatih varijabli. Zbog konvekcijskog člana, Navier–Stokesove jednadžbe gibanja fluida spadaju u nelinearne parcijalne diferencijalne jednadžbe za koje matematičari još nisu uspjeli dokazati da analitičko rješenje uvijek postoji i to bez singulariteta. Zbog tog razloga koristimo numeričke modele za rješavanje problema dinamike fluida.

3. Turbulentno strujanje fluida

Strujanja se mogu podijeliti na dvije kategorije ovisno o vrijednostima Reynoldsovog broja. Ako je pri niskom vrijednostima Reynoldsovog broja strujanje stabilno u odnosu na male poremećaje, onda to strujanje nazivamo laminarnim. Ukoliko se ti isti poremećaji ne smiruju nego pojačavaju, strujanje postaje nestabilno neovisno o moguće stacionarnim rubnim uvjetima. Takav tip strujanja nazivamo turbulentnim. Turbulentno strujanje spada u najčešći oblik strujanja u prirodi i pojavljuje se pri velikim vrijednostima Reynoldsovog broja. Tipični primjeri bi bili strujanje rijeka, strujanje u cijevima, strujanje zraka oko automobila, aviona itd. Karakteristike ovakvog tipa strujanja su izrazita nestacionarnost te intenzivno miješanje fluida koje daje turbulentnom strujanju difuzni karakter čija je posljedica povećana disipacija energije.

3.1. Razvoj turbulentnog strujanja pri strujanju fluida uz ravnu ploču



Slika 3.1: Granični sloj prilikom strujanja fluida uz ravnu ploču

Na samom početku strujanja uz ravnu ploču nastaje laminarni granični sloj koji pri kritičnoj vrijednosti Reynoldsovog broja postaje nes-

tabilan.

$$Re_{kr} = \frac{v_{\infty} \cdot x_{kr}}{\nu} \approx 3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6. \quad (3.1)$$

Dok se strujanje nalazi u području laminarnog graničnog sloja, na pojavljuju se pulzacije tlaka tj. $p = const.$ U kritičnom presjeku se periodički rijeko pojavljuju pulsacije brzine i tlaka. Promatranjem daljnjih nizstrujnih presjeka, pulsacije postaju sve češće i gušće u prostoru tako da nakon određenog presjeka govorimo o razvijenom turbulentnom strujanju. Na primjeru turbulentnog strujanja u cijevima također se može govoriti o nestacionarnosti turbulentnog strujanja. Ako se u turbulentnom strujanju pojavljuju slučajne pulzacije brzine oko statistički osrednjene vrijednosti i ta vrijednost je konstantna u vremenu onda možemo govoriti o kvazistacionarnom strujanju.

3.2. Difuzijski karakter turbulentnog strujanja

Difuzija je proces prijenosa fizikalne veličine u strujanju fluida koji je posljedica kaotičnog gibanja atoma/molekula po prostoru. Makroskopski gledano, difuzija se pojavljuje u slučaju postojanja gradijenta fizikalne veličine i to u smjeru od područja s višom vrijednosti fizikalne veličine prema području s manjom. Za razliku od konvekcije, koja omogućava prijenos fizikalne veličine samo u smjeru strujanja, difuzija omogućava prijenos i okomito na smjer strujanja. Na taj način je omogućen prijenos npr. topline u laminarnom strujanju fluida okomito na konturu strujnice uz uvjet da je toplinska provodnost λ fluida veća od nule. Kod turbulentnog strujanja dolazi i do prodiranja čestica fluida s različitim vrijednostima fizikalnog svojstva iz jednog sloja u drugi čime se ostvaruje miješanje. Tako možemo reći da se difuzija sastoji od molekularne difuzije (uslijed toplinske provodnosti) te turbulentne difuzije (uslijed miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju). Turbulentna difuzija proporcionalna je viskoznosti fluida zbog koje nastaje smično naprezanje među slojevima fluida. Putem navedenog smičnog naprezanja prenosi se količina gibanja s bržeg sloja na sporiji. Turbulentna viskoznost, za razliku od molekularne viskoznosti, nije fizikalno svojstvo fluida nego je posljedica režima strujanja te u laminarnom strujanju ima vrijednost

jednaku nuli. Turbulentna viskoznost se modelira na slijedeći način:

$$-\overline{\rho v'_j \varphi'_j} = \Gamma_t \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial x_j}, \quad (3.2)$$

gdje Γ_t predstavlja koeficijent turbulentne difuzije a φ polje fizikalne veličine.

3.3. Disipacija energije

Disipacija energije predstavlja pretvorbu mehaničke energije u unutarnju energiju što kod strujanja u cijevima nazivamo gubitkom mehaničke energije. Pošto u turbulentnom strujanju je veći gradijent brzine na stijenci nego u laminarnom strujanju, očito je da će i tangencijalno naprezanje u turbulentnom režimu biti veće nego u laminarnom strujanju. Proporcionalno povećanju tangencijalnog naprezanja raste i disipacija energije što je lako za uočiti iz Darcy–Weissbachovog izraza za pad tlaka pri strujanju u cijevima, koji glasi

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{v_{sr}^2}{2}. \quad (3.3)$$

Kako je u laminarnom strujanju faktor trenja jednak

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{v_{sr} D}, \quad (3.4)$$

pad tlaka će biti linearno razmjern srednjoj brzini strujanja, što kod turbulentnog strujanja nije slučaj. U režimu potpuno izražene turbulencije faktor trenja je konstantan što se lako može primjetiti iz Moodyjevog dijagrama. Iz toga slijedi da će pad tlaka biti razmjern kvadratu srednje brzine. Isti zaključak vrijedi i za silu otpora u turbulentnom strujanju.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S}. \quad (3.5)$$

3.4. Statističko opisivanje turbulencije

Pošto inženjere uglavnom zanimaju integralne veličine poput protoka, ukupne sile tlaka, ukupne sile na površinu i eventualno amplituda

odstupanja od prosječne vrijednosti, pri takvom pristupu nije potrebno diskretizirati područje proračuna i vremenski korak integracije na način da se obuhvate i najmanje amplitude pulzacija u razvijenom turbulentnom strujanju. Na taj način se nameće sama po sebi ideja da se prije rješavanja Navier–Stokesovih jednadžbi sve vrijednosti uprosječe te da se rješavaju jednadžbe za uprosječene veličine koje su inženjerima zanimljive. Danas se najčešće koristi vremensko uprosječenje tzv. Reynoldsovo osrednjavanje. Ako je f neka veličina u turbulentnom strujanju, ona se može prikazati zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti \bar{f} i pulsirajućeg dijela f' . Matematički zapis izgleda:

$$f = \bar{f} + f'. \quad (3.6)$$

Vremenski osrednjena vrijednost \bar{f} u razdoblju T_0 se zapisuje po definiciji:

$$\bar{f}(x_i, t) = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) d\tau, \quad (3.7)$$

gdje $\bar{\bar{f}} = \bar{f}$ i $\bar{\bar{f}}$ predstavlja osrednjavanje osrednjene veličine.

Statističko opisivanje jednadžbi za slučaj nestlačivog strujanja

Jednadžbe kojima se koristimo za opisivanje nestlačivog strujanja uz konstantan koeficijent viskoznosti su jednadžba kontinuiteta (3.8) i jednadžba količine gibanja (3.9)

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.9)$$

Zanemarimo li masene sile i prikažimo polje brzine te polje tlaka zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (3.10)$$

$$p = \bar{p} + p'. \quad (3.11)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (3.10) i (3.11) u jednadžbe (3.8) i (3.9) dobivamo jednadžbu kontinuiteta i jednadžbu količine gibanja za osrednjeno strujanje

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.12)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{v'_i v'_j} \right]. \quad (3.13)$$

Skup vremenski osrednjenih jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja naziva se Reynoldsovim jednadžbama. Jednadžba količine gibanja za pulsirajuće strujanje može se dobiti oduzimanjem jednadžbe količine gibanja za osrednjeno od jednadžbe količine gibanja za cjelokupno strujanje. Isto vrijedi i za jednadžbu kontinuiteta za pulsirajuće strujanje. Zbog linearnog konvektivnog člana $-\rho \overline{v'_i v'_j}$ u jednadžbi količine gibanja nećemo moći gledati samo osrednjeno strujanje bez vođenja računa o pulsirajućem. Član $-\rho \overline{v'_i v'_j}$ predstavlja turbulentnu difuziju količine gibanja, a budući da molekularna difuzija odgovara viskoznim naprezanjima, naziva se turbulentnim ili Reynoldsovim naprezanjima. Tenzor Reynoldsovih naprezanja je simetričan pa stoga ima 6 nepoznanica.

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \begin{bmatrix} -\overline{\rho v'_1 v'_1} & -\overline{\rho v'_1 v'_2} & -\overline{\rho v'_1 v'_3} \\ -\overline{\rho v'_2 v'_1} & -\overline{\rho v'_2 v'_2} & -\overline{\rho v'_2 v'_3} \\ -\overline{\rho v'_3 v'_1} & -\overline{\rho v'_3 v'_2} & -\overline{\rho v'_3 v'_3} \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Pošto iz priloženog vidimo da Reynoldsove jednadžbe imaju više nepoznanica nego što imamo jednadžbi, uvode se modeli turbulencije čiji je zadatak usklađivanje broja jednadžbi i broja nepoznanica zaustavljajući se na određenoj korelaciji.

3.5. Modeli turbulencije

Kao što je navedeno u prethodnom odjeljku, zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednadžbi i broja nepoznanica zaustavljajući se na određenoj korelaciji pritom zadovoljavajući zahtjeve univerzalnosti, točnosti, jednostavnosti i ekonomičnosti rješavanja. Dije se s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednadžba i to na modele prvog, drugog i trećeg reda. U modelima prvog

reda modelira se dvojna korelacija brzina i to uglavnom prema hipotezi Boussinesqa:

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij}, \quad (3.15)$$

gdje \bar{k} predstavlja $\frac{\overline{v_i v_i}}{2}$ tj. kinetičku energiju turbulencija. Na taj način, hipotezom Boussinesqa šest komponenti tenzora Reynoldsovih napreza-
nja je modelirano jednim nepoznatim poljem koeficijenta turbulentne viskoznosti. Ako se u jednađbe (3.8) i (3.9) uvrsti (3.15), one se transformiraju u:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.16)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial (\bar{p} + \frac{2}{3} \rho \bar{k})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.17)$$

$$\mu + \mu_t \rightarrow \text{efektivna viskoznost.} \quad (3.18)$$

Iz gore navedenih izraza je jasno da Reynoldsove jednađbe za vremenski osrednjeno strujanje imaju isti oblik kao i Navier–Stokesove. Razlika je u time što umjesto stvarnih vrijednosti u Navier–Stokesovim, u Reynoldsovim jednađbama se pojavljuju vremenski osrednjene veličine i što se pojavljuju efektivna viskoznost i efektivni tlak.

3.6. k - ε model turbulencije

k - ε model je jedan od najčešće korištenih modela turbulencije gdje se koeficijent turbulentne viskoznosti modelira prema analogiji s kinetičkom teorijom plinova. Prema kinetičkoj teoriji plinova, viskoznost fluida je proporcionalna gustoći fluida, slobodnoj putanji molekula i karakterističnoj brzini gibanja molekula. Stoga, model turbulentne viskoznosti u matematičkom zapisu izgleda $\mu_t = \rho l_t v_t$, gdje je l_t duljina puta miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju a v_t karakteristična brzina turbulentnih pulsacija.

Za k - ε model turbulencije uzima se:

$$v_t = \sqrt{\bar{k}}, \quad l_t = \frac{\bar{k}^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}. \quad (3.19)$$

U tom slučaju, μ_t se može zapisati u obliku

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (3.20)$$

$$C_\mu \rightarrow \text{bezdimenzijski koeficijent, konstanta.} \quad (3.21)$$

Kinetička energija turbulentnog strujanja se sastoji od kinetičke energije glavnog i pulsacijskog strujanja. Kod velikih pulsacija, glavninu kinetičke energije čini pulsacijski dio. Pretvorba kinetičke energije u unutarnju vrši se viskoznim silama. Utjecaj viskoznih sila može se procijeniti preko Reynoldsovog broja za pulsacije valne duljine λ i brzine pulsacija v_λ

$$Re = \frac{\rho v_\lambda \lambda}{\mu}. \quad (3.22)$$

Iz (3.22) vidi se da za male vrijednosti Reynoldsovog broja utjecaj viskoznosti velik, dok za velike vrijednosti Reynoldsovog broja viskoznost ima mali utjecaj.

Prema jednadžbi (3.2) modelira se turbulentna difuzija

$$-\overline{\rho v'_j k'} - \overline{p' v'_j} = \Gamma^k \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\sigma^k} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j}. \quad (3.23)$$

Prandtl–Schmitov broj σ^k predstavlja odnos koeficijenata viskoznosti i koeficijenata difuzije kinetičke energije turbulencije. Turbulentna difuzija se modelira na način:

$$-\overline{\rho v'_j \varepsilon'} - 2\mu \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_k} = \Gamma^\varepsilon \frac{\bar{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\sigma^\varepsilon} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j}. \quad (3.24)$$

Jednadžbe k - ε modela za turbulentno, nestlačivo strujanje s visokom vrijednosti Reynoldsovog broja glase:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \rightarrow \text{Jednadžba kontinuiteta} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \bar{v}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial(\bar{p} + \frac{2}{3}\rho \bar{k})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.26)$$

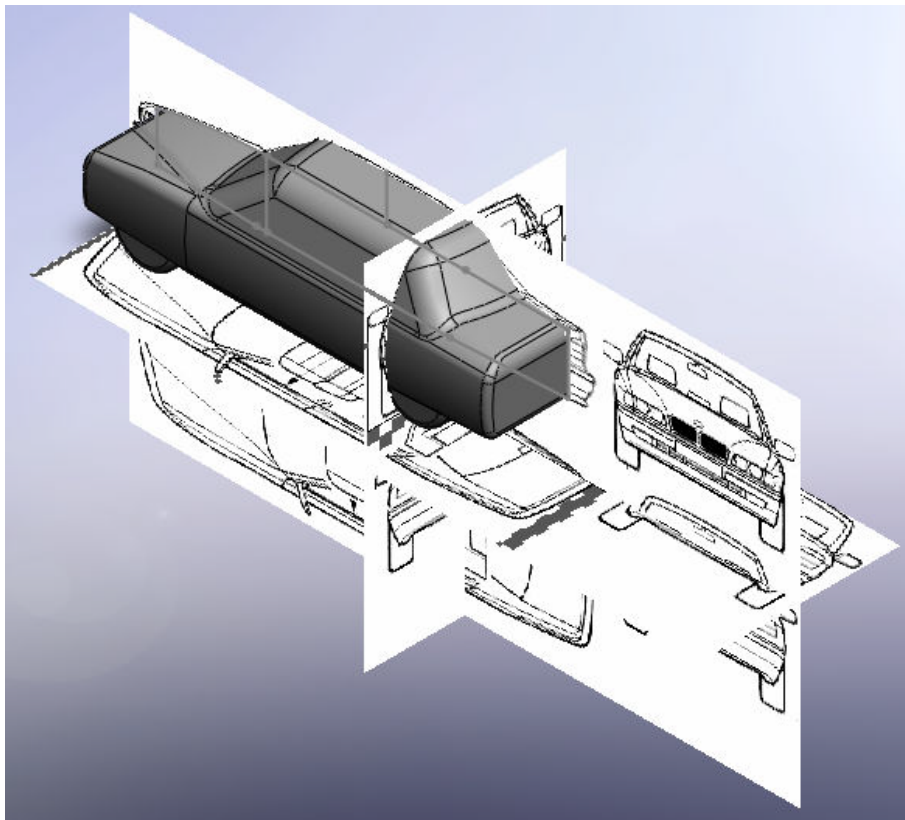
↓

Jednadžba količine gibanja

4. Postupak provedbe računalnih simulacija

4.1. Modeliranje područja proračuna i prostorna diskretizacija

Model automobila BMW — verzija E38, preuzet je iz [3]. Kako je to pokazano na slici 4.1 model je pojednostavljen tako što su izostavljeni detalji poput retrovizora, branika, pragova, brisača itd.



Slika 4.1: Automobil BMW, model E38, preuzeto iz [3]

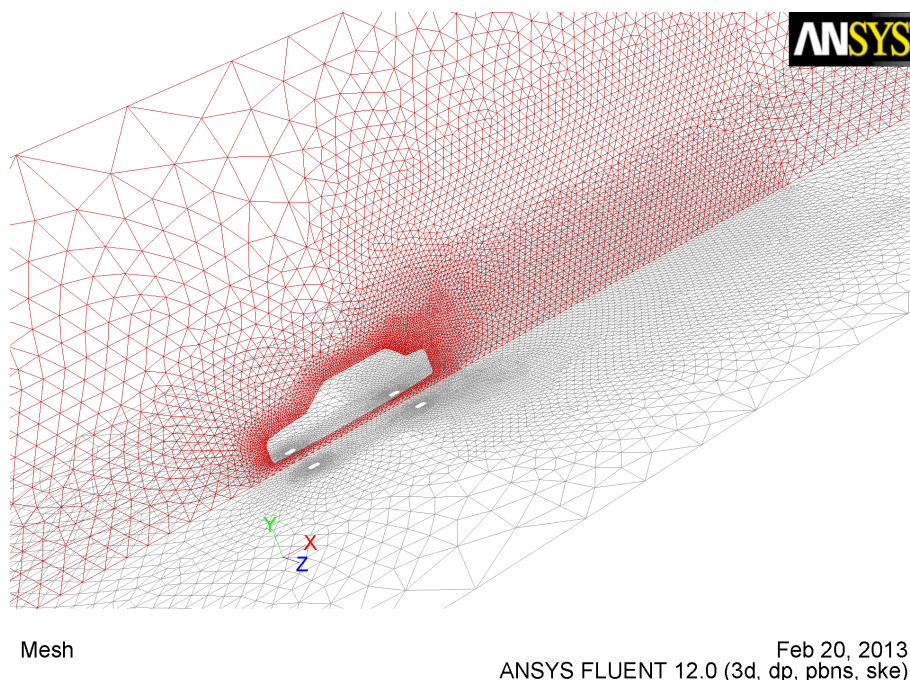
Ovaj je model u svom izvornom obliku preuzet i u ovom radu, a razlog tome je ograničenost dostupnih računalnih resursa. U slučaju korištenja iznimno detaljnog modela zbog posljedično velikog broja konačnih volumena nastalih diskretizacijom znatno bi se povećalo vrijeme potrebno za proračun bez značajne promjene rezultata koji su predmet ovog rada.

Usvajanjem ovog modela, rezultati ovog rada mogu se smatrati vezanim za glavne (velike) geometrijske proporcije vezane uz oblik ovakvog tipa automobila.

Kako i slika 4.1 pokazuje, izvorno je ovaj model bio namijenjen proračunu isključivo strujanja u smjeru uzdužne osi automobila, uz primjenu uvjeta uzdužne simetrije problema. Zbog postojanja bočne komponente brzine u neporemećenoj struji nailazećeg fluida, u ovome se radu simetrija ne može pretpostaviti. Tako je konačni model područja s automobilom izrađen u svome punom obliku, koji je dobiven zrcaljenjem ovog modela. Ova je operacija izvedena u preprocesorskom alatu Gambit.

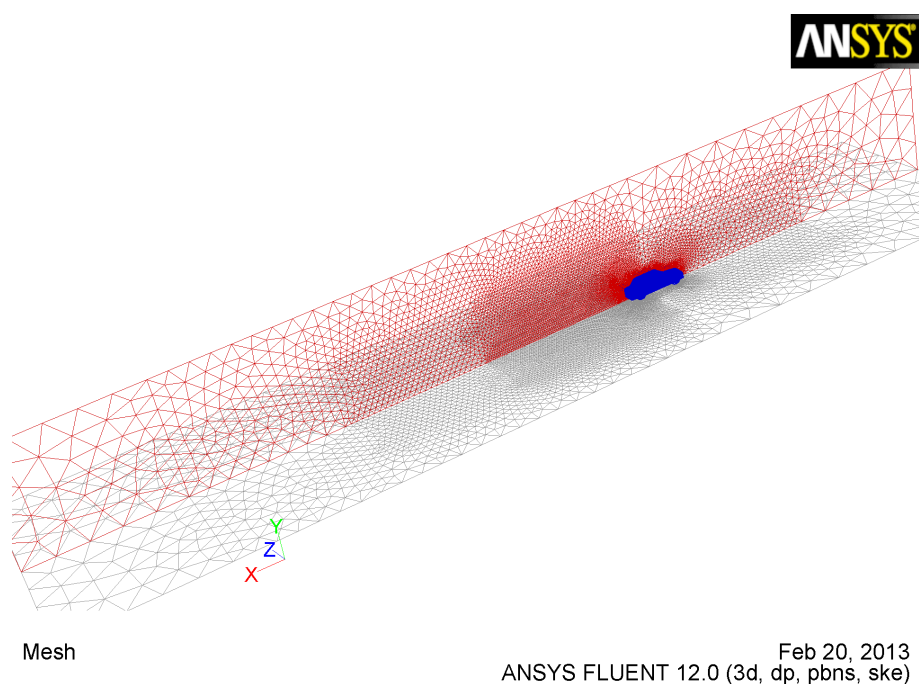
Dimenzije tunela su mnogo veće od dimenzija automobila jer je potrebno na granicama tunela ostvariti uvjete što sličnije neporemećenom strujanju.

Širina tunela je jednaka deseterostrukoj vrijednosti najveće širine automobila, a visina tunela je jednaka deseterostrukoj vrijednosti najveće visine automobila. Duljina tunela iznosi šesnaest duljina automobila, s time, da se ispred automobila nalazi pet duljina a iza automobila deset duljina.

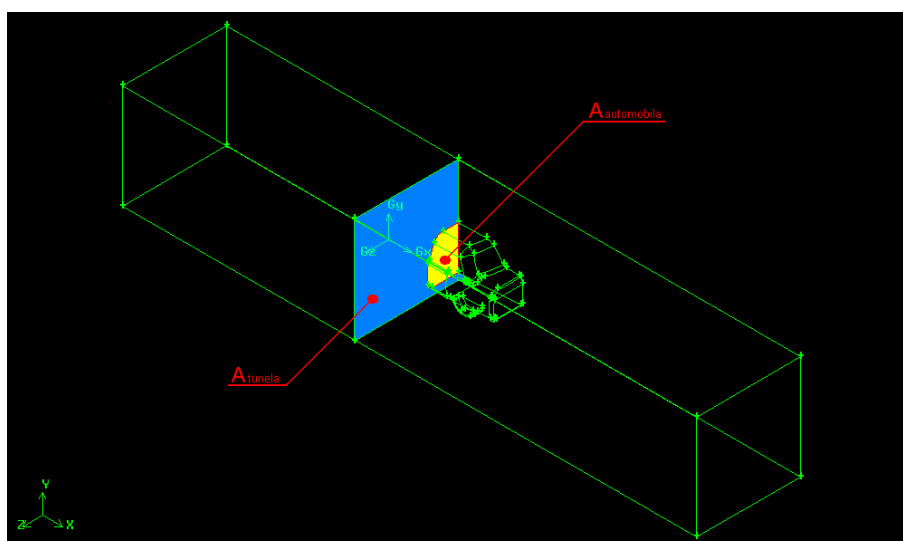


Slika 4.2: Mreža tunela bez automobila

U slučaju automobila, za referentnu površinu uzima se projekcija



Slika 4.3: Mreža tunela sa automobilom



Slika 4.4: Referentne površine, preuzeto iz [1.]

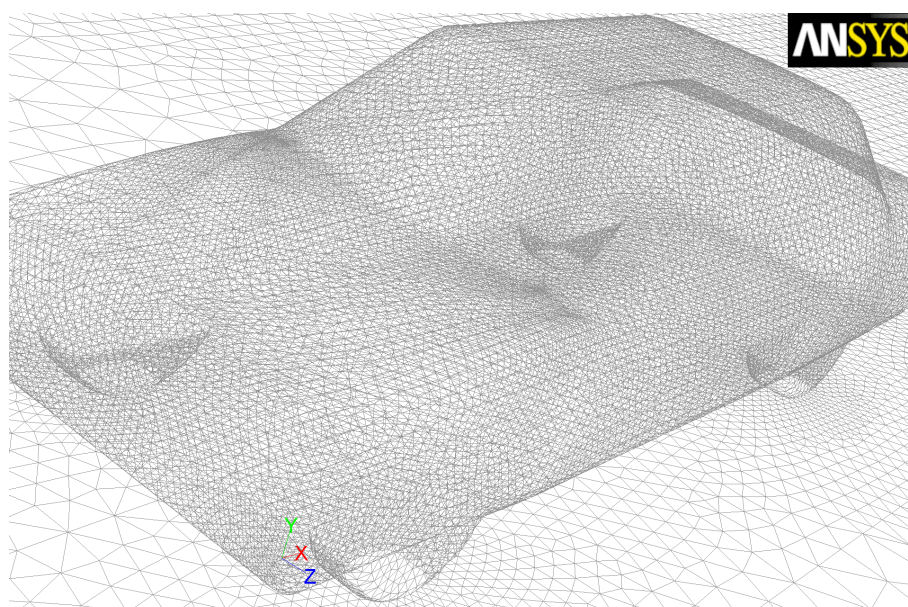
površine automobila u ravninu okomitu na smjer vožnje, odn. u ovom radu u pravcu osi x , kako je prikazano na slici 4.4. Referentna površina automobila, koji je promjenjivog poprečnog presjeka, ujedno je i njegova najveća površina čiji je iznos u ovome modelu $A_{\text{ref}} = 2,1 \text{ m}^2$. Vrijednost odnosa najveće površine poprečnog presjeka modela i tunela

preporučena je kao manja ili jednaka 5%. Referentna površina tunela, koji je konstantnog poprečnog presjeka iznosi $A_{\text{tunnel}} = 162 \text{ m}^2$. Na slici 4.5 dan je prikaz mreže automobila i ceste gdje je vidljivo selektivno proglašavanje mreže na mjestima gdje očekujemo povećane gradijente promatranih veličina.

$$\frac{A_{\text{ref}}}{A_{\text{tunnel}}} = \frac{2,1}{162} \leq 0,01253 \rightarrow 1,253\% \leq 5\% . \quad (4.1)$$

Prema izrazu (4.1) područje proračuna u ovome radu zadovoljava ovu preporuku.

Prostorna diskretizacija područja proračuna provedena je pomoću tetraedarskih i heksaedarskih konačnih volumena. Mreža je najgušća u samoj blizini automobila a prorjeđuje se udaljavanjem od njega, kako prikazuju slike 4.2, 4.3 te 4.5. Razlog tome je veliki iznos gradijenata koji se očekuje u blizini površine automobila gdje je potrebna gušća mreža kako bi se kvalitetno uhvatile promjene koje se odvijaju u tom području. Provedbom ovog postupka diskretizacije, područje proračuna je diskretizirano pomoću 665 404 konačna volumena.



Mesh

Feb 20, 2013
ANSYS FLUENT 12.0 (3d, dp, pbns, ske)

Slika 4.5: Mreža automobila i ceste

4.2. Postavke numeričke simulacije

U nastavku postupka cjelokupni opisani model preuzet je u procesorski dio – program FLUENT. Pregled rubnih uvjeta po svim granicama koje su primjenjene u svim proračunima dan je u tablici 4.1.

Tablica 4.1: Fizikalni rubni uvjeti postavljeni u programskom paketu FLUENT, korišteni u svim računalnim simulacijama

IME GRANICE	FIZIKALNI RUBNI UVJET
ULAZ	Ulazna granica (VELOCITY_INLET)
IZLAZ	Izlazna granica (OUTFLOW)
CESTA	Translacijska nepropusna stijenka (MOVING WALL) $v_x = 20 \text{ m/s}$
SIMETRIJA_POLOVICA	Unutarnja (kontrolna) granica (INTERIOR)
LIJEVI_ZID	Ulazna granica VELOCITY_INLET
DESNI_ZID	Izlazna granica OUTFLOW
KOTACI_PREDNJI	Rotacijska neropusna stijenka (ROTATIONAL WALL) kutne brzine $59,30145 \text{ rad/s}$ os rotacije $(x, y, z) = (0, 0, 33726, 0)$ smijer osi rotacije $(x, y, z) = (0, 0, 1)$
KOTACI_STRAZNJI	Rotacijska neropusna stijenka (ROTATIONAL WALL) kutne brzine $59,30145 \text{ rad/s}$ os rotacije $(x, y, z) = (2,96258, 0, 33726, 0)$ smijer osi rotacije $(x, y, z) = (0, 0, 1)$
KAROSERIJA	Nepropusna stijenka (WALL)
SIMETRIJA_GORNJA	Ravnina simetrije (SIMMETRY)
SIMETRIJA_POLOVICA	Unutarnja površina (INTERIOR)

Gornja granica područja imena SIMETRIJA_GORNJA zadana je

rubnim uvjetom simetrije, čime je zbog izostanka trenja izbjegnuto nastajanje graničnog sloja i time neželjenog ubrzavanja neporemećene struje.

Ovaj rad modelira slučajeve gdje se gibanje automobila cestom odvija uvijek tipičnom brzinom od 20 m/s, dok se pojedini slučajevi međusobno razlikuju za iznos brzine bočnog vjetra. Stoga je granicama koje predstavljaju kotače dodijeljeno odgovarajuće rotacijsko gibanje, a granici CESTA translacijsko gibanje brzinom $v_x = 20$ m/s u pozitivnom smjeru osi x .

U proračunima je korišten model trodimenzijskog nestlačivog turbulentnog strujanja, koji se sastoji od diskretiziranih jednadžbi: jednadžba kontinuiteta, jednadžba količine gibanja, te se za opis turbulentnih veličina koristi standardni k - ε model turbulencije s preporučenim vrijednostima konstanti:

$$C_\mu = 0,09, \sigma^k = 1, \sigma^\varepsilon = 1,3, C_1 = 1,44, C_2 = 1,92 \quad (4.2)$$

upotpunjen standardnim zidnim funkcijama. Kako bi se uvjeti u struji fluida nailazećoj na automobil što vjernije prenijeli u računalni model, u ulaznoj struji su umjesto vrijednosti veličina k i ε zadavane vrijednosti intenziteta turbulencije od 0,1% i karakteristične veličine vrtloga od 0,01 m.

5. Rezultati

Glavna značajka prema kojoj se razlikuju provedeni proračuni opisani u prethodnom poglavlju sastoji se u različitim brzinama nastrujavanja bočnog vjetra, što je ostvareno zadavanjem različitih negativnih vrijednosti z komponente brzine strujanja v_z na ulaznim granicama ULAZ i LIJEVI_ZID, dok je x komponenta brzine uvijek konstantna i iznosi $v_x = 20$ m/s. Razmatrani slučajevi razlikovat će se oznakom v_z/v_x koja označuje omjer apsolutnih vrijednosti ovih dviju komponenti brzina. Razmatrani slučajevi su slijedeći:

1. $v_z/v_x = 0,00$; $v_z = 0$ m/s; $v = 20$ m/s
2. $v_z/v_x = 0,25$; $v_z = -5$ m/s; $v = 20,616$ m/s
3. $v_z/v_x = 0,50$; $v_z = -10$ m/s; $v = 22,361$ m/s
4. $v_z/v_x = 1,00$; $v_z = -20$ m/s; $v = 28,284$ m/s
5. $v_z/v_x = 2,00$; $v_z = -40$ m/s; $v = 44,721$ m/s

Glavni rezultati proračuna ovih slučajeva sažeti su u tablici 5.1 koja navodi komponente aerodinamičke sile u dimenzijskom i bezdimenzijskom obliku tj. putem koeficijenata sile. Pri tome su korištene sljedeće oznake:

$F_D \rightarrow$ sila otpora u [N], definirana u pozitivnom smjeru osi x

$F_L \rightarrow$ sila uzgona u [N], definirana u pozitivnom smjeru osi y

$F_D \rightarrow$ bočna sila u [N], definirana u negativnom smjeru osi z

Bezdimenzijski koeficijenti ovih sila definirani su putem dinamičkog tlaka struje na ulaznoj granici pojedinog slučaja: $\rho v^2/2$, gdje je apsolutna vrijednost brzine v za svaki od slučajeva propisana u gornjem iskazu razmatranih slučajeva, a referentna površina A_{ref} dana je izrazom (4.1) Za koeficijente gore navedenih sila koriste se odgovarajuće oznake:

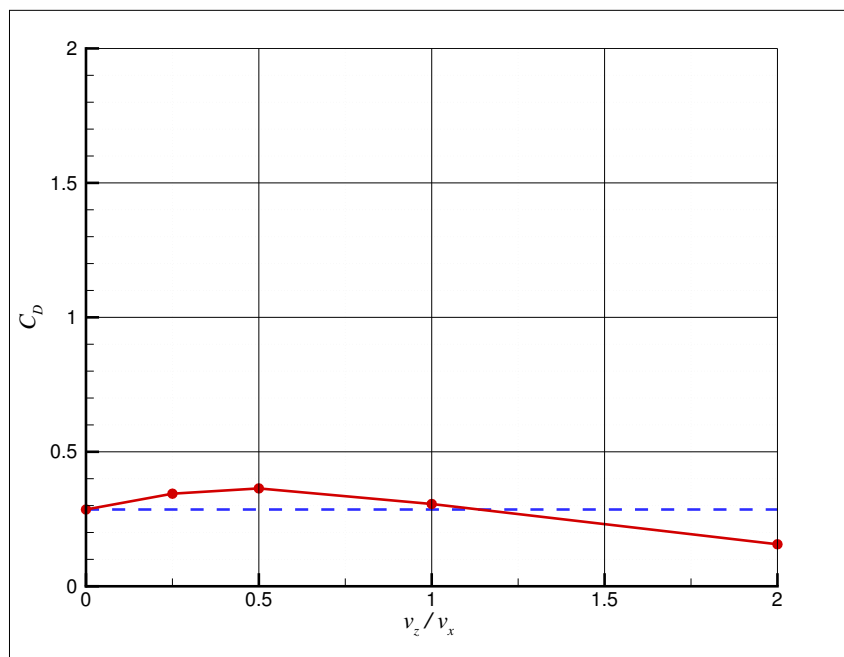
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho v^2 A_{ref}} \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho v^2 A_{ref}} \quad C_B = \frac{F_B}{\frac{1}{2}\rho v^2 A_{ref}} \quad (5.1)$$

Pregledom dijagrama na slici 5.1, uočavaju se blago povišene vrijednosti koeficijenta otpora unutar intervala $0 \leq v_z/v_x \leq 1$, dok u podru-

Tablica 5.1: Aerodinamičke sile i bezdimenzijski koeficijenti

v_z	v_z/v_x	C_D	C_L	C_B	F_x	F_y	F_z
0	0	0.3703	0.0184	$-4.10 \cdot 10^{-6}$	190.514	9.4405	-0.0021
5	0.25	0.3442	0.1874	-0.3672	188.1686	102.423	-200.7079
10	0.5	0.3639	0.7989	-0.7003	234.0521	513.7911	-450.3706
20	1	0.306	1.8125	-1.1743	314.851	1865.0985	-1208.3609
40	2	0.1561	2.013	-1.3023	401.6646	5178.4444	-3352.8063

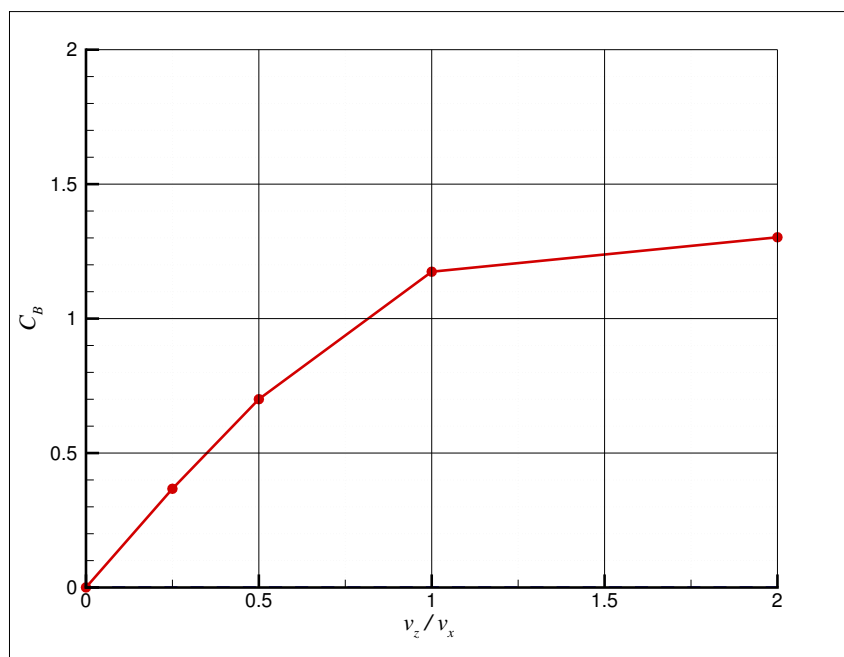
čju viših kuteva pokazuje pad vrijednosti. Ponašanje unutar intervala $0 \leq v_z/v_x \leq 1$ uzrokovano je nešto povećanim zonama separiranog strujanja na stražnjim dijelovima automobila. Takva pojava je rezultat ranijih odvajanja strujanja sa bočnih i stražnjih bridova karoserije spram slučaja $v_z/v_x = 0$ (slike 5.12, 5.14, 5.16 te slike 5.22, 5.23, 5.24). Izvan ovog intervala smanjenje se može pripisati velikoj promjeni smjera strujanja dok je sila otpora definirana uvijek u istom smjeru. U krajnjem slučaju $v_z/v_x = \infty$ tj. kada kut nastrujavanja spram x osi iznosi 90° te uz uvjet poprečne simetrije automobila, njegova teoretska vrijednost bila bi jednaka nuli.



Slika 5.1: Promjena koeficijenta otpora

Prema rečenom, obrnuti zaključak može se donijeti u slučaju raspodjele koeficijenta bočne sile C_B . Kako je prikazano na slici 5.2, pri nižim vrijednostima v_z/v_x (kutevi nastrojavanja do 45°), njegova vrijednost ima značajan porast dok u području od 1 do 2 rješenje prilazi lokalnom ekstremu. U slučaju poprečne simetrije automobila, dijagram raspodjele koeficijenta bočne sile imao bi teorijski položaj ekstrema pri vrijednosti $v_z/v_x = \infty$ i kut nastrojavanja jednak 90° .

Glavni uzroci ovih sila leže u razlici tlaka na uzstrujnim i nizstrujnim plohama karoserije automobila (u aerodinamici poznato kao "otpor oblika"). Iz prikaza raspodjele koeficijenta tlaka vidljivo je kako se položaj zaustavne točke ($C_P \approx 1$, slike 5.11, 5.13, 5.15, 5.17, 5.19) na uzstrujnim stranicama i područje s odvojenim strujanjem ($C_P \approx 0$, slike 5.12, 5.14, 5.16, 5.18, 5.20) na nizstrujnoj strani karoserije s porastom v_z/v_x usklađeno zakreću oko vertikalne osi automobila (os paralelna s y osi)

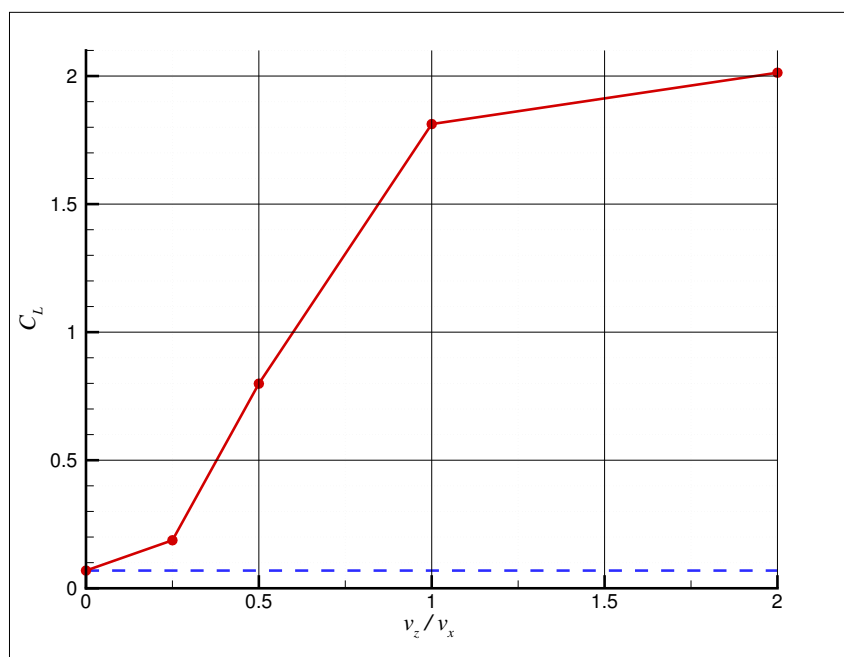


Slika 5.2: Promjena koeficijenta bočne sile

Prema dijagramu na slici 5.3 vidljivo je da brzina promjene koeficijenta uzgona u području $0 \leq v_z/v_x \leq 0,5$ ima pozitivan predznak, dok u području od $0,5 \leq v_z/v_x$ negativan čime bi se moglo zaključiti kako krivulja u području od $0 \leq v_z/v_x \leq 1$ ima točku infleksije, a u području dalje od 1 poprima ekstremnu vrijednost. Ovdje se za ekstremnu vrijed-

nost, temeljem ranije iznesenih razmatranja za slučaj poprečne simetrije automobila, može zaključiti da je položaj njegovog ekstrema ostvariv za kut nastrujavanja 90° te uvjet poprečne simetrije automobila.

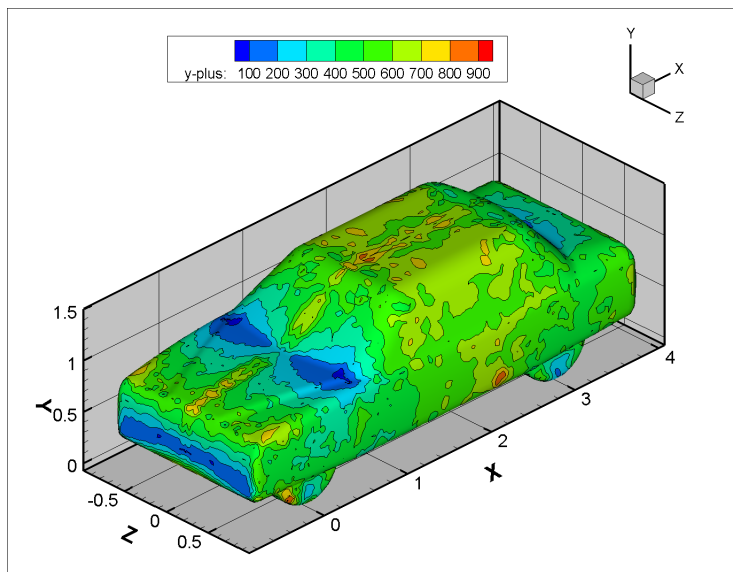
Porast koeficijenta uzgona s porastom v_z/v_x (kuta nastrujavanja) te njegova visoka vrijednost spram vrijednosti ostalih koeficijenata može se objasniti činjenicom da se pri porastu v_z/v_x naglo skretanje strujnica sa vjetrobranskog stakla na krov automobila ublažuje zbog prividno manjeg kuta između vjetrobrana i krova (slike 5.9 i 5.10). Budući da su na ovom modelu automobila bridovi blagi, očito je da se smanjenje prividnog kuta povoljno odražava na gradijent tlaka duž ovih strujnica čime odvajanje strujanja nastupa kasnije nego pri nižim vrijednostim v_z/v_x . U ovakvim uvjetima gdje je izostalo odvajanje strujanja na krovu automobila, zbog izmijenjene aerodinamičke konfiguracije (gledano u smjeru strujanja, tijelo je kraće, i brže postiže svoju maksimalnu visinu) tlak na krovu automobila znatno je niži no što je to u slučaju $v_z/v_x = 0$ (usporedba slika 5.12 i 5.14 naspram slika 5.18 i 5.20). Ovo naknadno dovodi i do znatno veće sile uzgona no što je to u slučaju $v_z/v_x = 0$, tj. aerodinamičke konfiguracije kojoj se, pri proizvodnji automobila, posvećuje najveća pažnja.



Slika 5.3: Promjena koeficijenta uzgona

Ovdje valja napomenuti da su u ovome radu zbog ograničenih računalnih resursa prijelazi između dijelova karoserije izvedeni vrlo blago, s velikim radijusom zakrivljenosti, te da bi za slučaj realnijeg modela (oštrijih bridova) porast koeficijenta uzgona mogao biti i manje izražen.

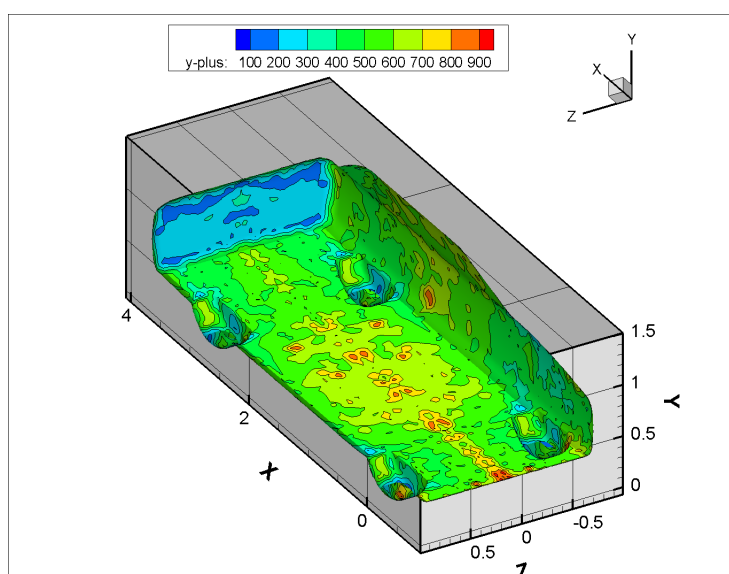
Na slikama 5.4 i 5.5 u dva različita pogleda prikazana je raspodjela bezdimenzijske udaljenosti središta najbližeg konačnog volumena od stijenke, veličine y^+ , po karoseriji automobila za slučaj 1 bez bočnog vjetra.



Slika 5.4: Vrijednost y^+ po karoseriji automobila, $v_z/v_x = 0,00$

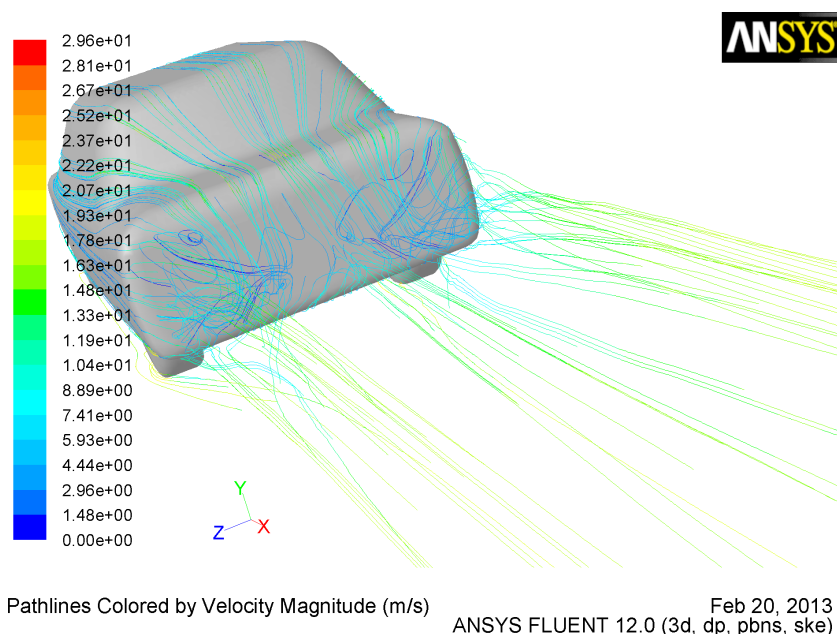
Kao što se može vidjeti na tim slikama raspodjela veličine y^+ nije jednolika zbog ponešto neujednačene diskretizacije u njenom okolišu (neposredno područje nije diskretizirano u slojevima) i zbog samih uvjeta strujanja, no u svim slučajevima u područjima gdje strujanje naliježe na stjenku njena vrijednost nije poprimala vrijednosti ispod donje granice preporučene za ispravnu primjenu zidnih funkcija ($y^+ \geq 20$). Niže se vrijednosti mogu naći samo u područjima s recirkulacijom strujanja na zavjetrinskim stranicama (slike 5.6 do 5.10). Kako je u ovim područjima tangencijalno naprezanje malo (slike 5.22 do 5.26) zaključuje se da ova okolnost ne narušava u većoj mjeri točnost izračuna sila. Slična raspodjela veličine y^+ se javlja i u ostalim slučajevima razmatranim u ovom radu.

Prema dobivenim rezultatima za polje brzina, tipični obrazac kojim se može opisati strujanje jest taj da se u svim razmatranim slučajevima pojavljuju privjetrinsko područje na plohama u okolišu zaustavne točke

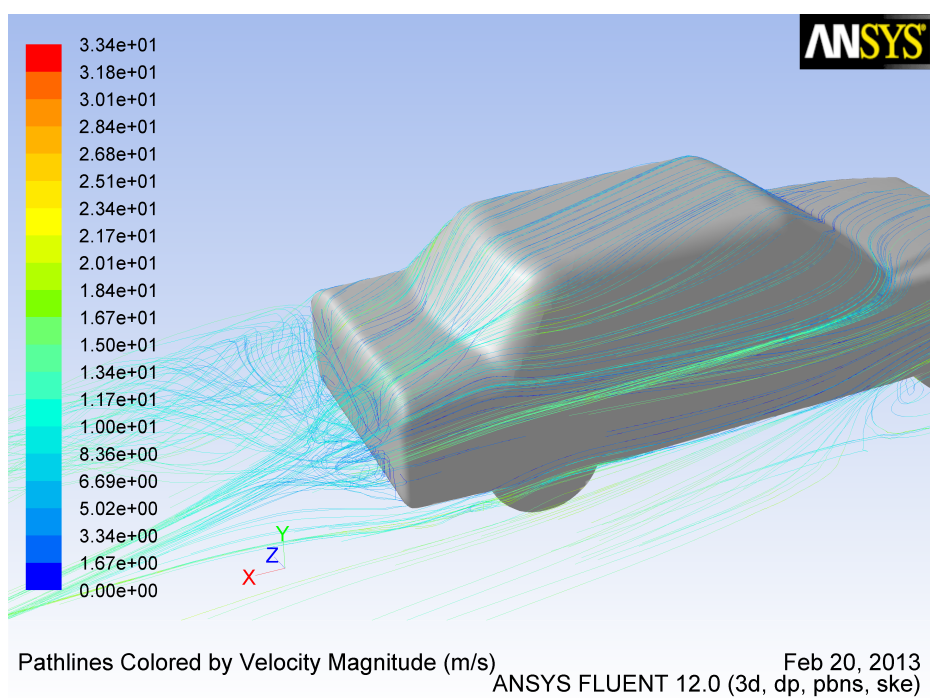
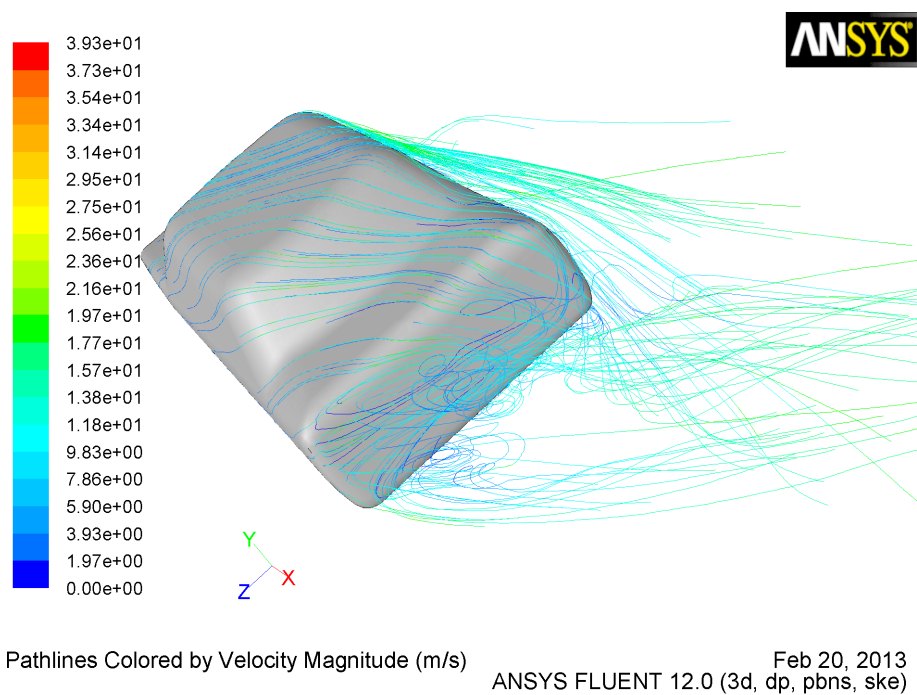


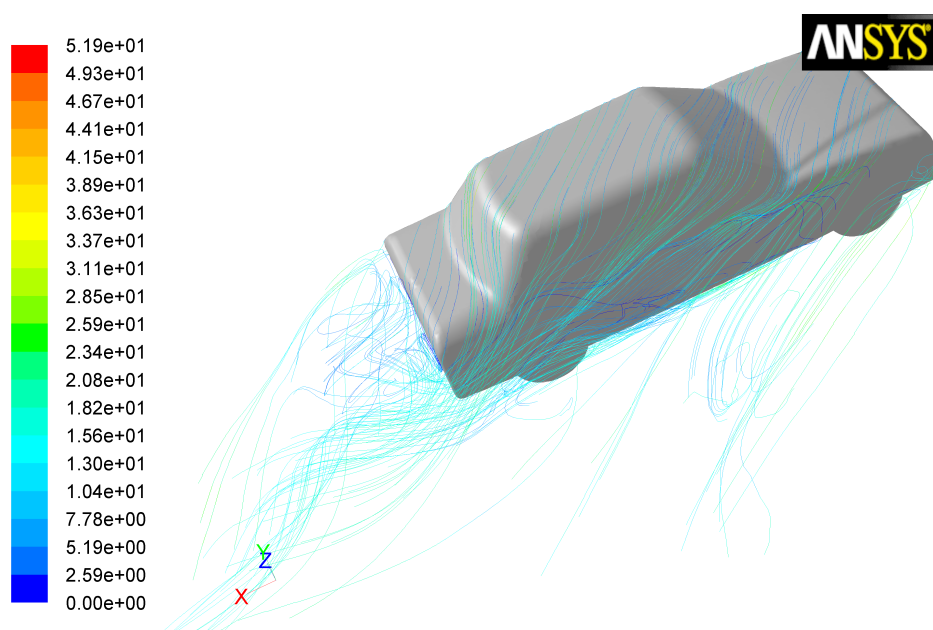
Slika 5.5: Vrijednost y^+ po podnožju automobila, $v_z/v_x = 0,00$

($C_P \approx 1$, slike 5.11, 5.13, 5.15, 5.17, 5.19), područja s strujanjem koje naliježe (strujnice prate geometriju automobila, slike 5.6 do 5.10) te zavjetrinska područja s odvojenim strujanjem (slike 5.6 do 5.10) gdje strujnice više ne naliježu na geometriju automobila (zone separiranog strujanja).



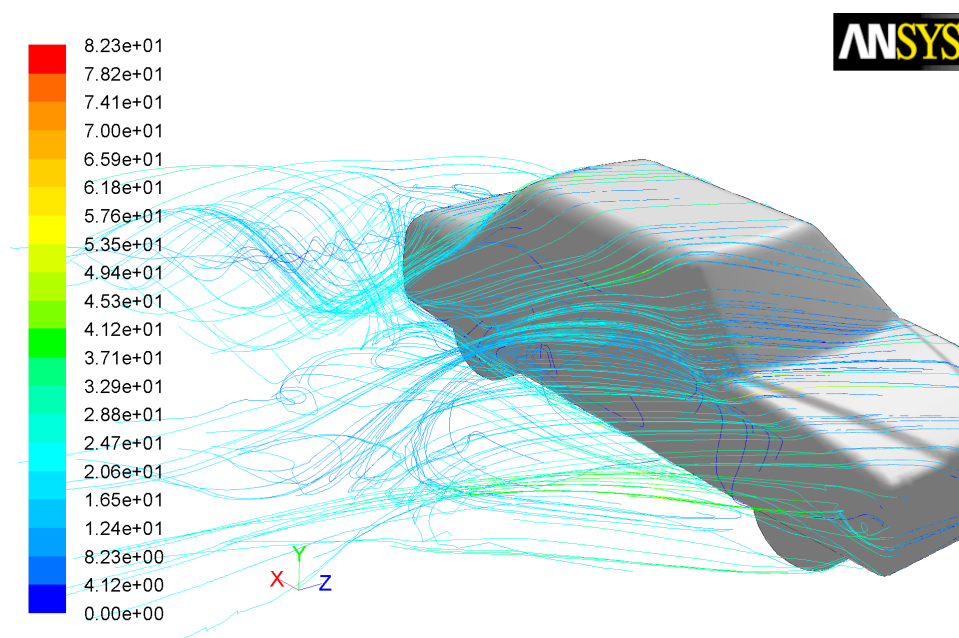
Slika 5.6: Strujnice za $v_z/v_x = 0$

Slika 5.7: Strujnice za $v_z/v_x = 0,25$ Slika 5.8: Strujnice za $v_z/v_x = 0,5$



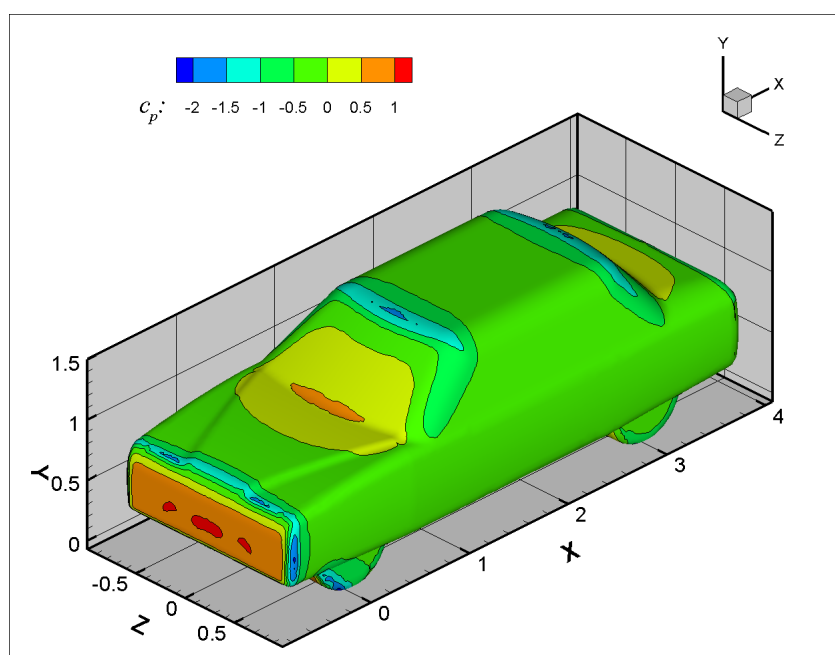
Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) Feb 20, 2013
ANSYS FLUENT 12.0 (3d, dp, pbns, ske)

Slika 5.9: Strujnice za $v_z/v_x = 1$

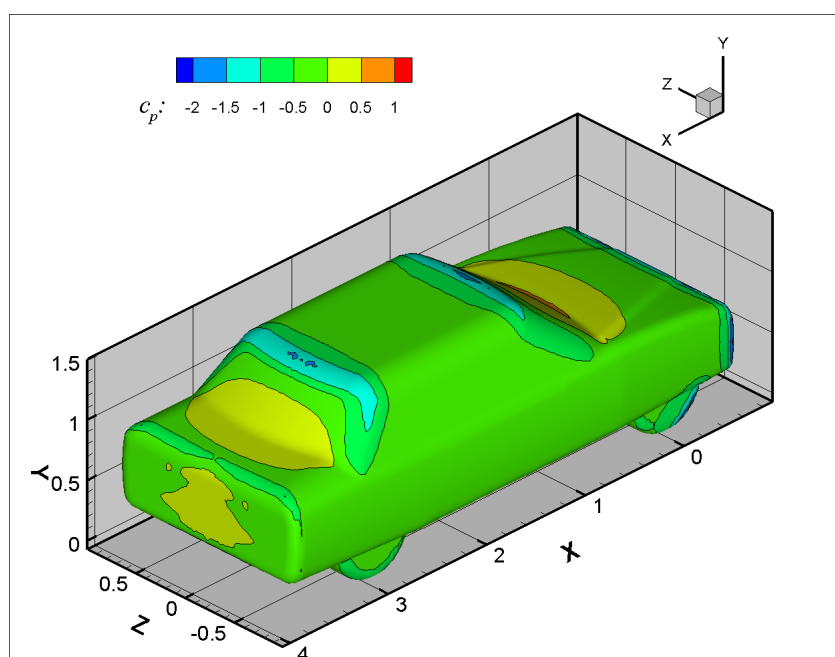


Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) Feb 20, 2013
ANSYS FLUENT 12.0 (3d, dp, pbns, ske)

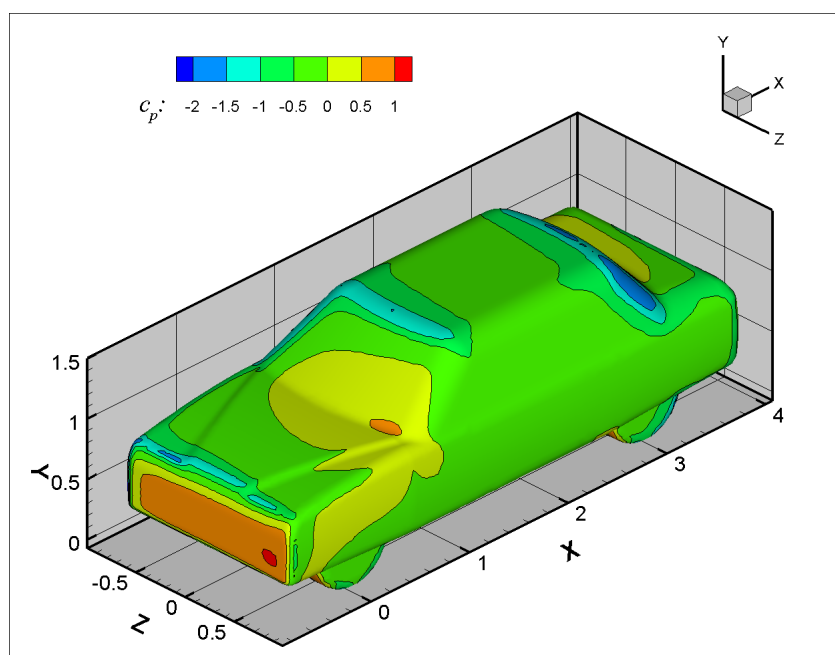
Slika 5.10: Strujnice za $v_z/v_x = 2$



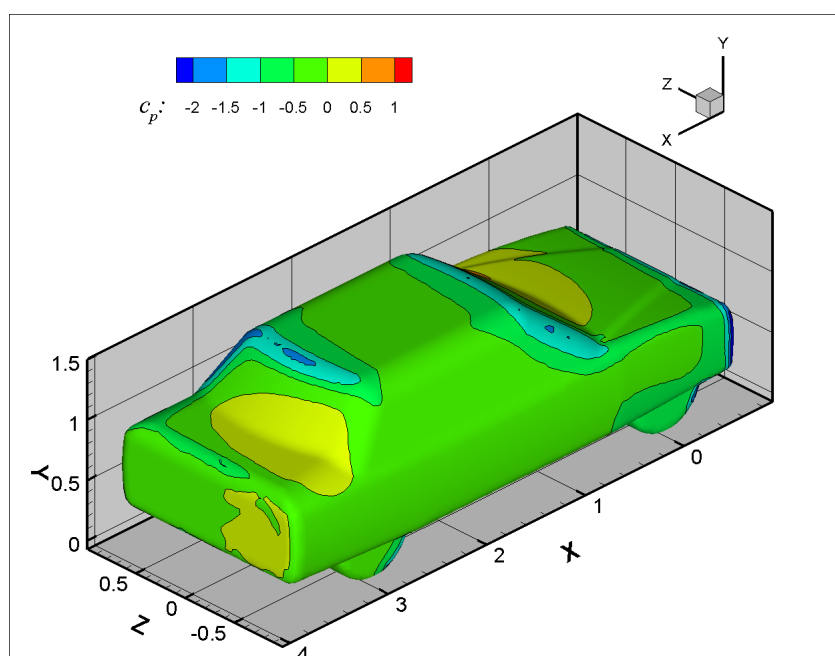
Slika 5.11: Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0$



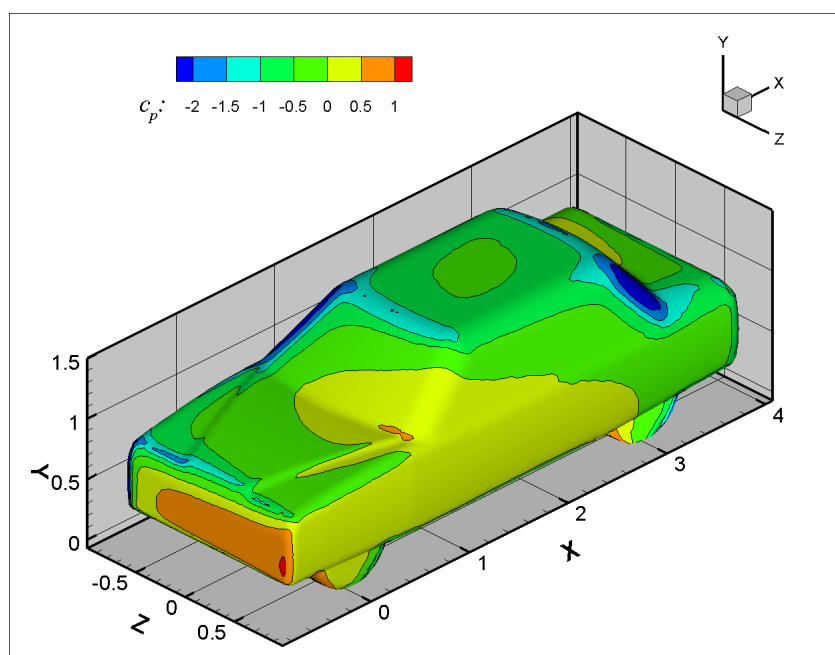
Slika 5.12: Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0$



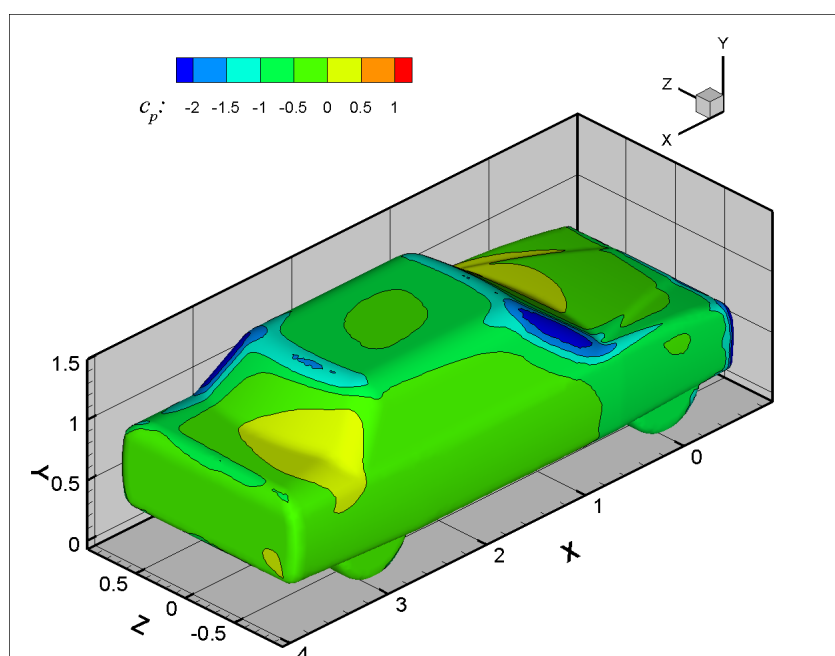
Slika 5.13: Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,25$



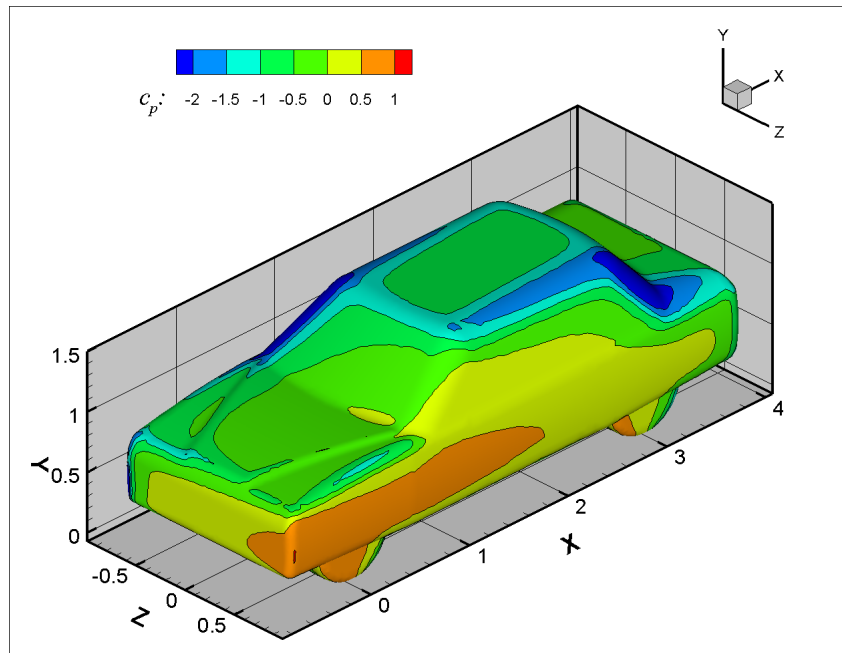
Slika 5.14: Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,25$



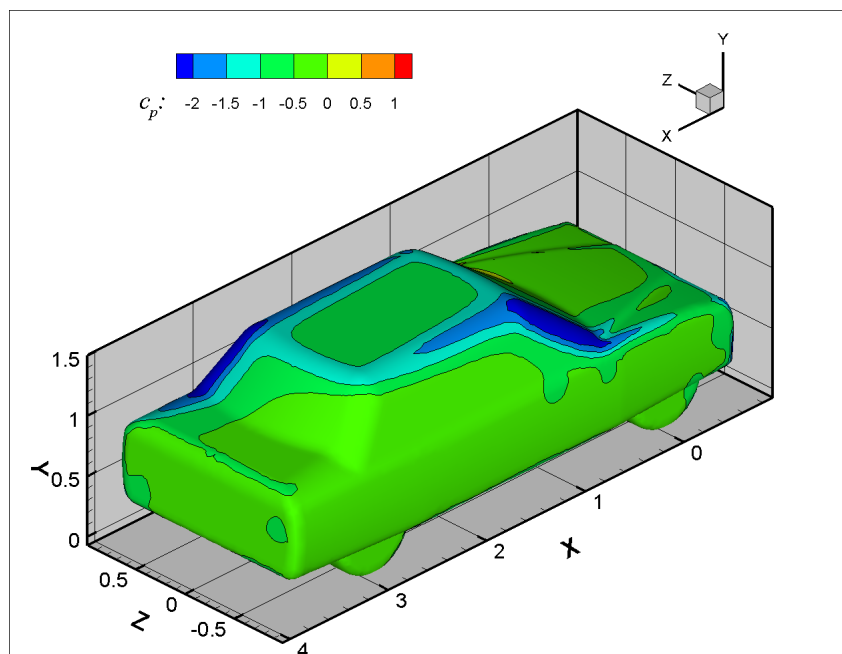
Slika 5.15: Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,5$



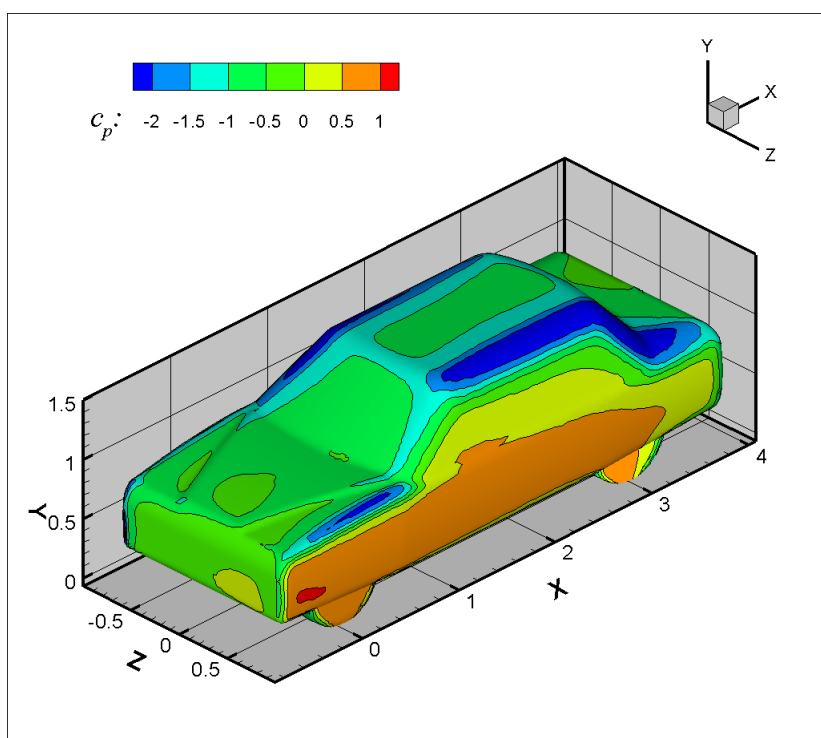
Slika 5.16: Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 0,5$



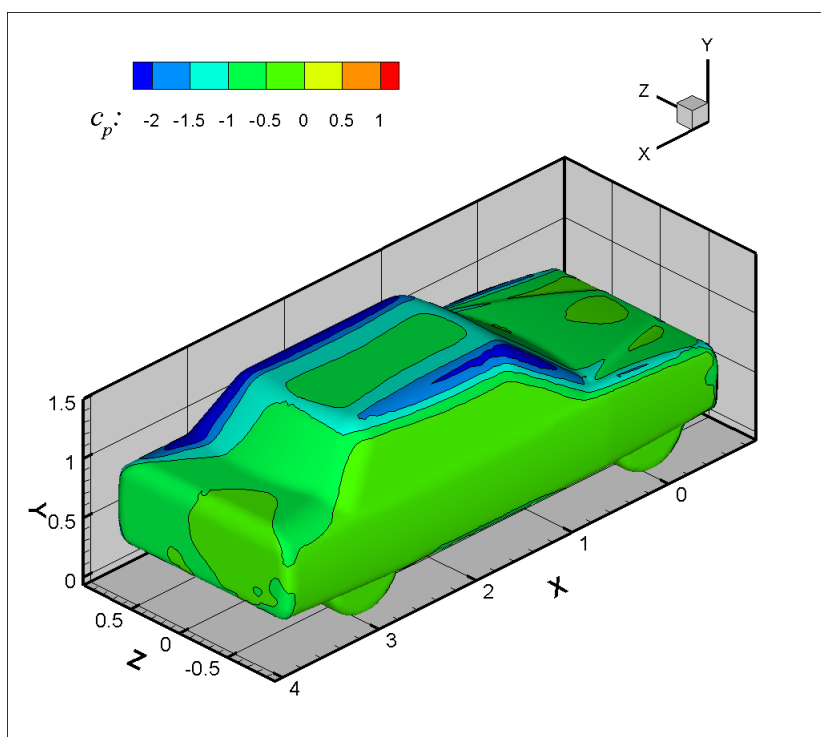
Slika 5.17: Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 1$



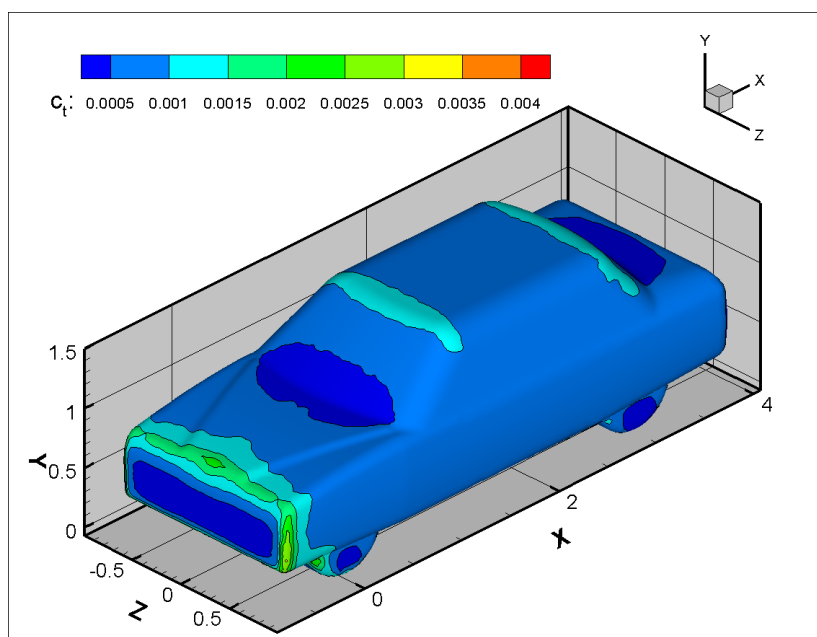
Slika 5.18: Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 1$



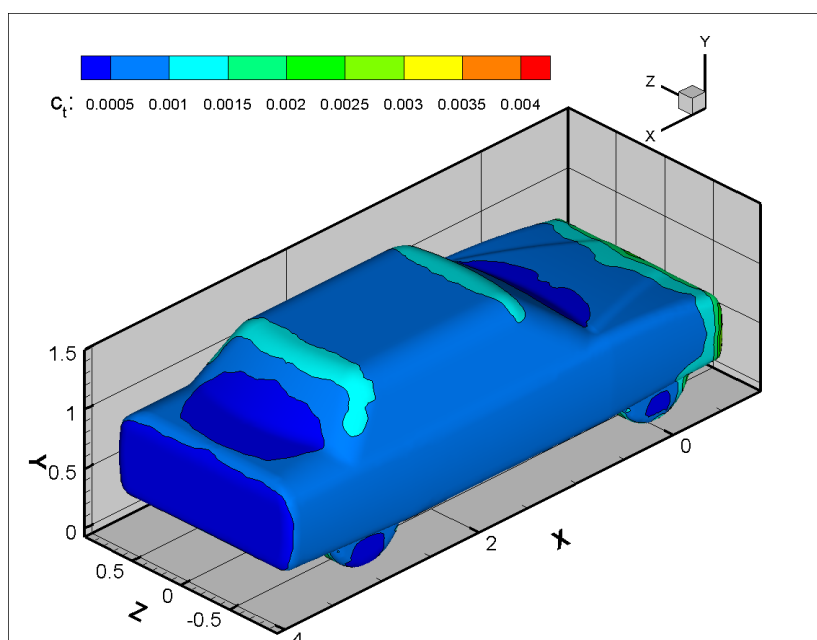
Slika 5.19: Koeficijent tlaka na privjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 2$



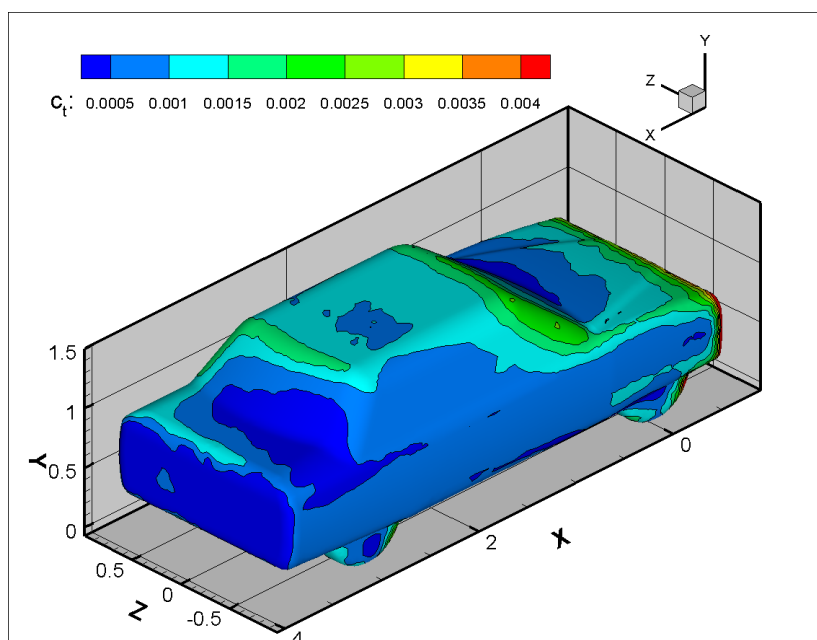
Slika 5.20: Koeficijent tlaka na zavjetrinskoj strani, $v_z/v_x = 2$



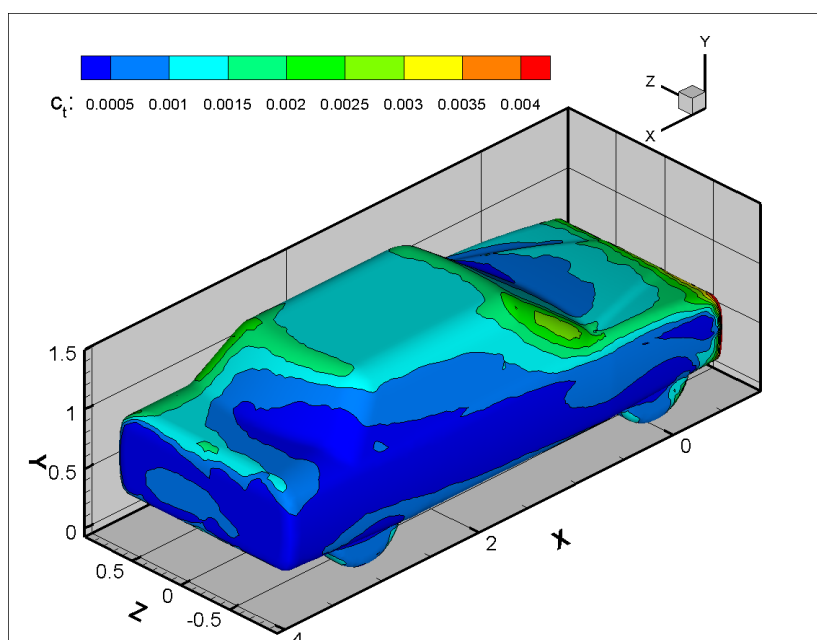
Slika 5.21: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, privjetrinska strana, $v_z/v_x = 0$



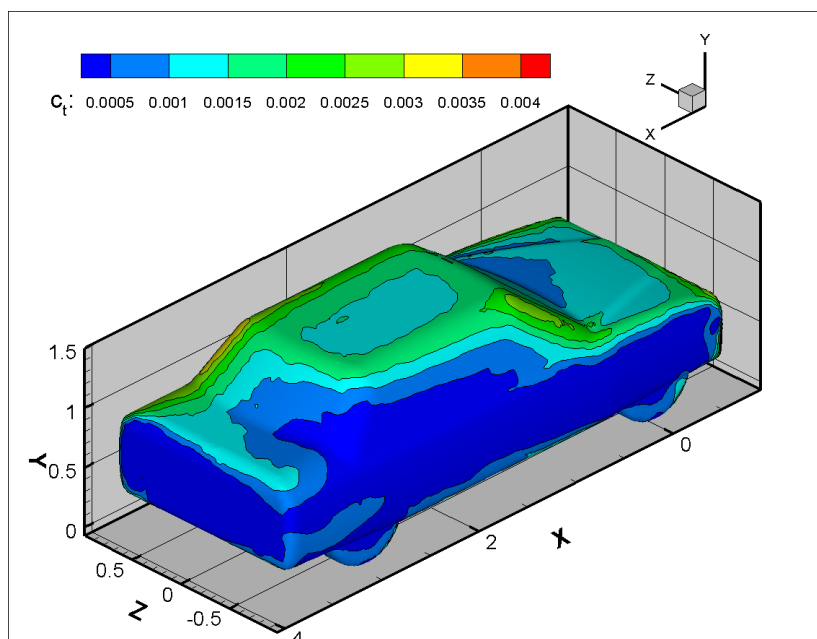
Slika 5.22: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0$



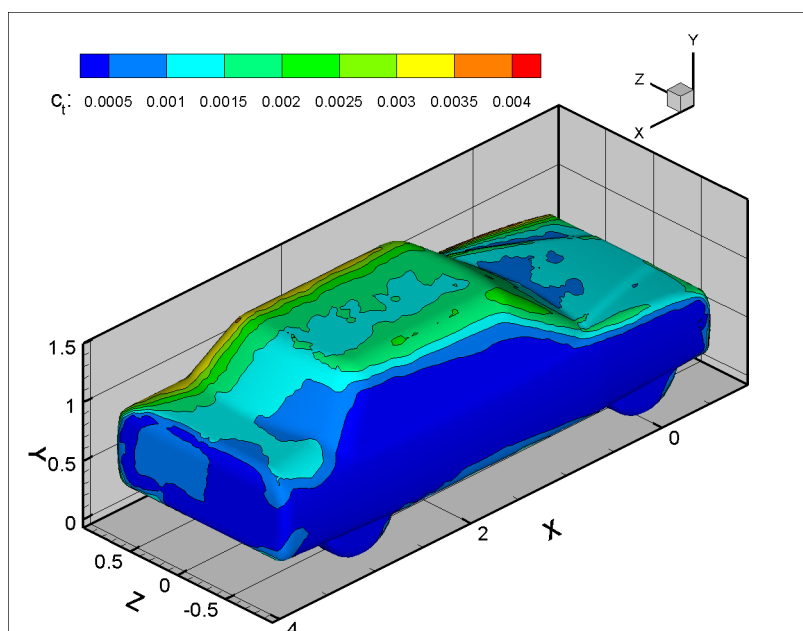
Slika 5.23: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0,25$



Slika 5.24: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 0,5$



Slika 5.25: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 1$



Slika 5.26: Tangencijalna naprezanja po karoseriji, zavjetrinska strana, $v_z/v_x = 2$

6. Zaključak

U ovom radu ispitan je utjecaj bočnog vjetra na aerodinamičke sile tipičnog putničkog vozila za pet različitih slučajeva kuta nastrujavanja. Prema zadanom opsegu rada, proračuni su izvršavani na relativno pojednostavljenoj geometriji automobila uz primjenu standardnog $k-\varepsilon$ modela turbulencije i standardnih zidnih funkcija. Usvojeni proračunski model doveo je, uz primjenu stacionarnih rubnih uvjeta, do stacionarnih strujanja u svim slučajevima.

Iz rezultata je očito kako bočna komponenta brzine zraka uzrokuje pojavu bočne sile i sile uzgona, a povećanje bočne komponente dovodi do intenzivnog rasta bočne sile te posebno sile uzgona. Sila otpora nema značajnu promjenu svoje nominalne vrijednosti. Kako u stvarnosti vjetar ima promjenjiv intenzitet, iznos bočne sile i sile uzgona će imati fluktuirajuću vrijednost što bi moglo izazvati nestabilnost automobila u vožnji. Ta nestabilnost može se očitovati zanošenjem vozila u vožnji, proklizavanjem, pa čak, u najgorem slučaju, i prevrtanjem vozila.

Rezultati ovog rada pružaju uvid u trendove promjena ovih sila dok bi u budućim radovima bilo poželjno ispitati vrijednosti promjene sile uzgona i bočne sile na detaljnijem modelu te ispitati pri kojim vrijednostima omjera v_z/v_x bi došlo do proklizavanja i/ili prevrtanja automobila.

Literatura

- [1] A. GALOVIĆ, *Termodinamika 2*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2007.
- [2] —, *Termodinamika 1*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2008.
- [3] I. KORADE, *Izračun otpora krovne kutije montirane na osobni automobil*, 1 (2009), p. 76.
- [4] J. SORIĆ, *Uvod u numericke metode u strojarstvu*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2009.
- [5] Z. VIRAG, *Predavanja iz računalne dinamike fluida*, 1 (2006).
- [6] —, *Predavanja iz mehanike fluida 2*, 1 (2009).